

H

क्रमांक 1636

2012 (I)
गणित विज्ञान
प्रश्न पत्र

विषय कोड सुस्तिका कोड

4

A

समय : 3:00 घंटे

पूर्णांक : 200 अंक

अनुदेश

- आपने हिन्दी को माध्यम चुना है। इस परीक्षा सुस्तिका में एक ही बील (20 भाग 'A' में + 40 भाग 'B' + 60 भाग 'C' में) बहुत विकल्प प्रश्न (MCQ) दिए गए हैं। आपको भाग 'A' में से अधिकतम 15 और भाग 'B' में 25 प्रश्नों तथा भाग 'C' में से 20 प्रश्नों के उत्तर देने हैं। यदि निर्धारित से अधिक प्रश्नों के उत्तर दिए गए तब केवल पहले भाग 'A' से 15, भाग 'B' से 25 तथा भाग 'C' से 20 उत्तरों को जांच की जाएगी।
- उत्तर पत्र अलग से दिया गया है। अपना रोल नम्बर और केन्द्र का नाम लिखने से पहले यह जांच लीजिए कि सुस्तिका में पृष्ठ सूरं और सही हैं तथा कहीं से कटे-फटे नहीं हैं। यदि ऐसा है तो आप इन्विजीलेटर से सुस्तिका बदलने का निवेदन कर सकते हैं। दूसरी तरह से उत्तर पत्र को भी जांच लें। इस सुस्तिका में रफ काम करने के लिए अतिरिक्त पन्ने संलग्न हैं।
- उत्तर पत्र के पृष्ठ 1 में दिए गए स्थान पर अपना रोल नम्बर, नाम, अपना पता तथा इस परीक्षा सुस्तिका का क्रमांक लिखिए। आपके हस्ताक्षर भी जरूरी हैं।
- आप अपनी ओ.एन.आर, उत्तर सुस्तिका में रोल नम्बर, विषय कोड, सुस्तिका कोड और केन्द्र कोड से संबंधित समुचित वृत्तों को अवश्य काला कर दें। यह एक मात्र परीक्षार्थी की जिम्मेदारी है कि वह उत्तर सुस्तिका में दिए गए निर्देशों का पूरी सावधानी से ध्यान करे, ऐसा न करने पर कम्प्यूटर विकल्पों का सही तरीके से अकूटित नहीं कर पाएगा, जिससे अंता आपको हानि, जिससे आपकी उत्तर सुस्तिका की अस्वीकृति भी शामिल हो सकती है।
- भाग 'A' में प्रत्येक प्रश्न 2 अंक, भाग 'B' में प्रत्येक प्रश्न के 3 अंक तथा भाग 'C' में प्रत्येक प्रश्न 4.75 अंक का है। प्रत्येक गलत उत्तर का ऋणात्मक मूल्यांकन भाग 'A' में @ 0.5 अंक तथा भाग 'B' में @ 0.75 अंक से किया जाएगा। भाग 'C' के उत्तरों के लिए ऋणात्मक मूल्यांकन नहीं है।
- भाग 'A' तथा भाग 'B' के प्रत्येक प्रश्न के नीचे चार विकल्प दिए गए हैं। इनमें से केवल एक विकल्प ही "सही" अथवा "सर्वोत्तम" हल है। आपको प्रत्येक प्रश्न का सही अथवा सर्वोत्तम हल चुनना है। भाग 'C' में प्रत्येक प्रश्न का "एक" या "एक से अधिक" विकल्प सही हो सकता है। भाग 'C' में प्रत्येक प्रश्न में सभी विकल्पों का सही चयन करने पर ही क्रेडिट प्राप्त होगा। तब सही विकल्पों का चयन नहीं करने पर कोई आंशिक क्रेडिट नहीं दिया जाएगा।
- नकल कर्ण हुए या अनुचित तरीकों का प्रयोग करते हुए पाए जाने वाले अभ्याथियों का इस और अन्य भावी परीक्षाओं के लिए अयोग्य ठहराया जा सकता है।
- अभ्याथी को उत्तर या रफ पन्नों की अतिरिक्त कहीं और कुछ भी नहीं लिखना चाहिए।
- परीक्षा समाप्त हो जाने पर परीक्षा सुस्तिका और उत्तर पत्र को इन्विजीलेटर को अवश्य सौंप दीजिए।
- कैलकुलेटर का उपयोग करने की अनुमति नहीं है।
- किसी प्रश्न में विलंबता के मामले में अंग्रेजी संस्करण प्रबल होगा।

रोल नंबर

नाम

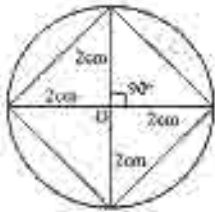
अभ्याथी द्वारा भरी गई जानकारी को मैं सत्यापित करता हूँ।

.....
इन्विजीलेटर के हस्ताक्षर

SI/07 RD/12—4 AH—1A

भाग A

1. छायांकित क्षेत्र का क्षेत्रफल सही में है

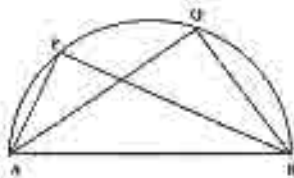


1. $(\pi - \sqrt{2})$ 2. $(\pi - 2)$
 3. $\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ 4. $(\pi + 2)$

2. एक समकोण त्रिभुजाकार आकृति के बाग के कोण समानांतर श्रेणी में हैं और सबसे छोटी भुजा 10.00 मीटर है। बाग की बाड़ की कुल लंबाई मीटर में है

1. 60.00 2. 47.32
 3. 12.68 4. 22.68

3. चित्र में दर्शाये अनुसार किसी अर्धवृत्त का व्यास AB है। यदि $AQ = 2AP$ तो निम्न में से सही विकल्प सही है ?



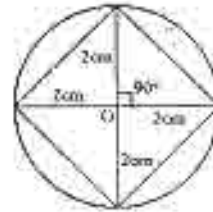
1. $\angle APB = \frac{1}{2} \angle AQB$
 2. $\angle APB = 2 \angle AQB$
 3. $\angle APB = \angle AQB$
 4. $\angle APB = \frac{1}{4} \angle AQB$

4. खरगोशों के एक समूह A की जनसंख्या 25% प्रतिवर्ष की दर से बढ़ती है जबकि समूह B की वृद्धि दर 50% प्रतिवर्ष है। यदि समूह A और B की वर्तमान जनसंख्याएँ समान हैं तो दो वर्ष पश्चात समूह B और समूह A के खरगोशों की संख्या का अनुपात होगा।

1. 1.44 2. 1.72
 3. 1.90 4. 1.25

PART A

1. The area of the shaded region in cm^2 is

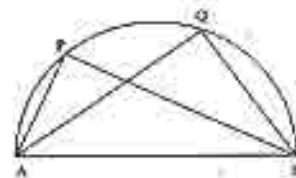


1. $(\pi - \sqrt{2})$ 2. $(\pi - 2)$
 3. $\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ 4. $(\pi + 2)$

2. The angles of a right-angled triangle shaped garden are in arithmetic progression and the smallest side is 10.00 m. The total length of the fencing of the garden in m is

1. 60.00 2. 47.32
 3. 12.68 4. 22.68

3. AB is the diameter of the semicircle as shown in the diagram. If $AQ = 2AP$ then which of the following is correct?



1. $\angle APB = \frac{1}{2} \angle AQB$
 2. $\angle APB = 2 \angle AQB$
 3. $\angle APB = \angle AQB$
 4. $\angle APB = \frac{1}{4} \angle AQB$

4. The rabbit population in community A increases at 25% per year while that in B increases at 50% per year. If the present populations of A and B are equal, the ratio of the number of the rabbits in B to that in A after 2 years will be

1. 1.44 2. 1.72
 3. 1.90 4. 1.25

5. O_2 व H_2 प्रत्येक की दो मोल मात्रा समान आयतन वाले दो पात्रों में $150^\circ C$ पर और 1 वायुमण्डलीय दाब पर हैं। ये दोनों पात्र एक तीसरे पात्र में मिला कर जब तक दाब बचता है तब तक कि H_2 पूरी रूप से प्रतिक्रिया जाती। अब तीसरे पात्र के मिश्रण का तापमान $150^\circ C$ पर बनाया जाता है तो इसका दाब वायुमण्डल में क्या है।
1. तीसरे पात्र का आयतन ज्ञाना चाहिए

- | | |
|-------------|-------------|
| 1. V_0 | 2. $5V_0/4$ |
| 3. $3V_0/2$ | 4. $2V_0$ |

6. हीलियम व आर्गन गैसों को समान पात्रों में समान तापमान पर है। अब इनके वर्ग-माध्य-मूल वेग का मान भी निर्दिष्ट है। ये दोनों पात्र एक तीसरे पात्र में इसी तापमान पर मिलाई जाती है। मिश्रण के हीलियम परमाणुओं का वर्ग-माध्य-मूल वेग होगा

1. मिश्रण बनाने के पूर्व जितना था उससे ज्यादा
2. मिश्रण बनाने के पूर्व जितना था उससे कम
3. मिश्रण बनाने के पूर्व जितना था उससे समान
4. मिश्रण के अग्रिम परमाणुओं के वेग के समान

7. साबुन की संरचना में सिलिकाई इन्फिज का उपयोग किया जाता है क्योंकि यह

- (a) उत्पाद का परिष्कार करता है
- (b) जीवाणुओं को मारता है
- (c) सुगंध देता है
- (d) मुलायम है और त्वचा को खरकता नहीं है

उपरोक्त में से सही/सही कथन सही है/हैं ?

- | | |
|---------------|---------------|
| 1. (d) | 2. (a) और (c) |
| 3. (a) और (b) | 4. (a) और (d) |

8. 100 ग्राम अकार्बनिक यौगिक $X \cdot 5H_2O$ को जिसमें एक वाष्पशील अशुद्धि है, एक बर्तन में $150^\circ C$ पर 60 मिनट तक रखा गया। गर्म करने के पश्चात् अवशेष का भार 8 ग्राम रहता है। X में अशुद्धि की प्रतिशतता थी

- | | |
|-------|-------|
| 1. 10 | 2. 8 |
| 3. 20 | 4. 80 |

9. एक विशेष रात्रि में शुक्लपक्षीय चंद्र एक अर्ध-चंद्र था। उस मास रात्रि को चंद्र

1. पूर्वी क्षितिज पर होगा
2. पूर्वी क्षितिज की 45° कोणीय ऊँचाई पर होगा
3. आकाश के शिरोचिह्न पर होगा
4. पश्चिमी क्षितिज पर होगा

5. Two moles each of O_2 and H_2 are in two separate containers, each of volume V_0 and at $150^\circ C$ and 1 atmosphere. The two are made to react in a third container to form water vapour until H_2 is exhausted. When the temperature of the mixture in the third container was restored to $150^\circ C$, its pressure became 1 atmosphere. The volume of the third container must be

- | | |
|-------------|-------------|
| 1. V_0 | 2. $5V_0/4$ |
| 3. $3V_0/2$ | 4. $2V_0$ |

6. Helium and argon gases in two separate containers are at the same temperature and so have different root-mean-square (r.m.s.) velocities. The two are mixed in a third container keeping the same temperature. The r.m.s. velocity of the helium atoms in the mixture is

1. more than what it was before mixing.
2. less than what it was before mixing.
3. equal to what it was before mixing.
4. equal to that of argon atoms in the mixture.

7. The mineral talc is used in the manufacture of soap because it

- (a) gives bulk to the product
- (b) kills bacteria
- (c) gives fragrance
- (d) is soft and does not scratch the skin

Which of the above statements is/are correct?

- | | |
|----------------|----------------|
| 1. (d) | 2. (a) and (c) |
| 3. (a) and (b) | 4. (a) and (d) |

8. 100 g of an inorganic compound $X \cdot 5H_2O$ containing a volatile impurity was kept in an oven at $150^\circ C$ for 60 minutes. The weight of the residue after heating is 8 g. The percentage of impurity in X was

- | | |
|-------|-------|
| 1. 10 | 2. 8 |
| 3. 20 | 4. 80 |

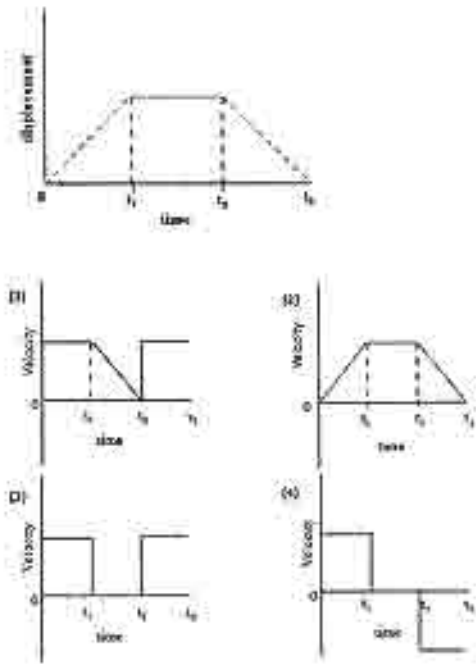
9. On a certain night the moon in its waning phase was a half-moon. At midnight the moon will be

1. on the eastern horizon.
2. at 45° angular height above the eastern horizon.
3. at the zenith.
4. on the western horizon.

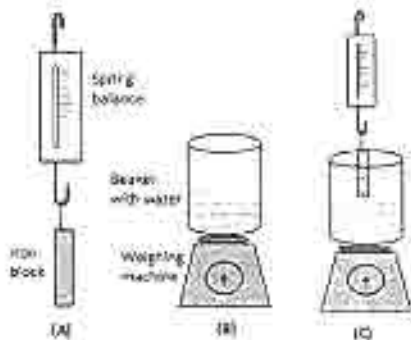
10. नाभिकीय रिएक्टर में एक रत्न को 5 दिन तक विकिरणित किया जाता है। विकिरण के 10 दिन बाद रत्न के रेडियोसमस्थानिक क्रोमियम की सक्रियता 600 विघटन प्रति घंटे है। विकिरण के 6 दिन बाद रेडियोक्रोमियम की सक्रियता कितनी होगी यदि इसकी आर्ग्य 5 दिन है ?

- 1. 300
- 2. 150
- 3. 2400
- 4. 1200

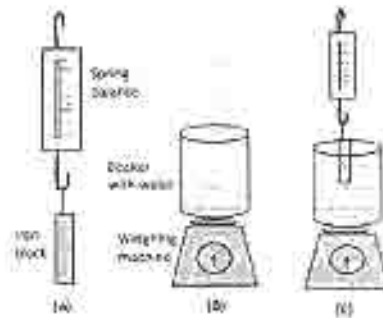
11. एक पिण्ड के सरलान विरुद्ध समय का एक चित्र में दर्शाये अनुसार है। उस ग्राफ को चुनिये जो कि इस पिण्ड के वेग का समय के साथ परिवर्तन सही सही दर्शाता है।



12.



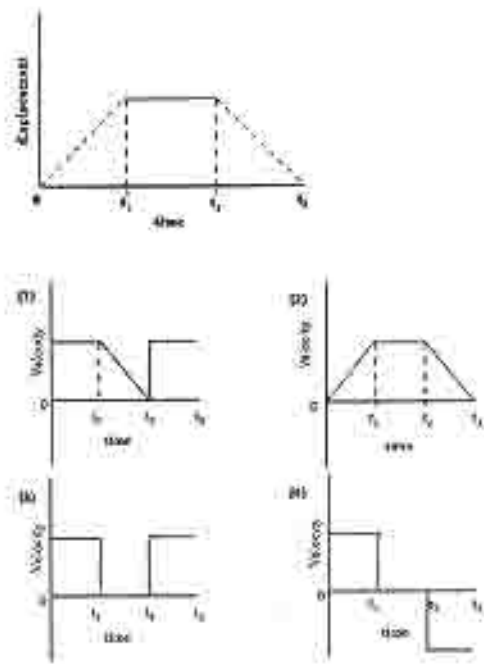
12.



10. A gemstone is irradiated in a nuclear reactor for 5 days. Ten days after irradiation, the activity of the chromium radioisotope in the gemstone is 600 disintegrations per hour. What is the activity of chromium radioisotope 5 days after irradiation if its half life is 5 days?

- 1. 300
- 2. 150
- 3. 2400
- 4. 1200

11. Displacement versus time curve for a body is shown in the figure. Select the graph that correctly shows the variation of the velocity with time



चित्र A की बजायीय तुला 0.5 कि.ग्रा. दर्शाती है तथा चित्र B को बजायीय तुला 3.0 कि.ग्रा. दर्शाती है। बजायीय तुला से लटकता लोह टुकड़ा चित्र C के बीकर के पानी में अंशिक रूप से डुबका हुआ है। बजायीय तुला अब 0.4 कि.ग्रा. दर्शाती है। चित्र में बजायीय तुला दर्शाएँ।

- | | |
|-----------------|-----------------|
| 1. 3.0 कि.ग्रा. | 2. 2.9 कि.ग्रा. |
| 3. 3.1 कि.ग्रा. | 4. 3.5 कि.ग्रा. |

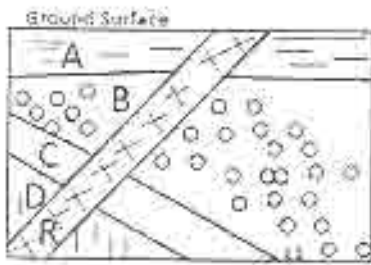
13. एक रस्सी की दोनों छोरों से अलग-थलग दो एक तरह के बल हैं कि रस्सी पकड़ने वाली रहती है। एक पक्षिक इस रस्सी से इस तरह गुंथा कर चुम्बूड़ी जाती है कि रस्सी लंबाई लम्बे रहे। पक्षिक को चुम्बूड़े से बन्ने वाली आकृति किसकी भाँति होगी?

- | | |
|-------------|---------------|
| 1. एक वृत्त | 2. एक आयत |
| 3. एक वर्ग | 4. एक त्रिभुज |

14. वर्षा पर स्कीटिंग को संभव बनाने वाले स्कीटर के जूतों की बलियाँ वर्षा पर दबाव डालती हैं। जूतों के स्कीटर नियुक्तियों के संकेत कर सकते हैं क्योंकि

1. लगने वाले दबाव के बढ़ने से जल पानी में परिवर्तित हो जाता है।
2. लगने वाले दबाव की बढ़ने से जल पानी में परिवर्तित हो जाता है।
3. बलियों के सम्पर्क वाले जूते जो चलते रह जाते हैं।
4. बलियों जूतों को गिरा नहीं पाती।

15. अनुप्रस्थकाट चित्र में दर्शाए अनुसार चार तलछटी रेतें A, B, C और D में एक आग्नेय रेत R भूरी है। इनकी आयु के क्रम में निम्न में से कौनसा कथन सही है?



1. A सबसे नया है उसके बाद क्रमशः B, C, D और R है।
2. R सबसे नया है उसके बाद क्रमशः A, B, C और D है।
3. D सबसे नया है उसके बाद क्रमशः C, B, A और R है।
4. A सबसे नया है उसके बाद क्रमशः R, B, C और D है।

The spring balance in Fig. A reads 0.5 kg and the pan balance in Fig. B reads 3.0 kg. The iron block suspended from the spring balance is partially immersed in the water in the beaker (Fig. C). The spring balance now reads 0.4 kg. The reading on the pan balance in Fig. C is

- | | |
|-----------|-----------|
| 1. 3.0 kg | 2. 2.9 kg |
| 3. 3.1 kg | 4. 3.5 kg |

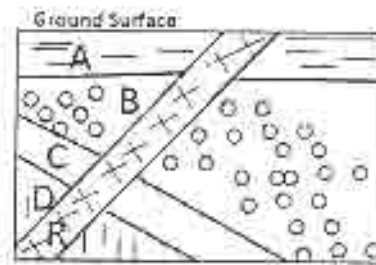
13. The ends of a rope are fixed to two pegs, such that the rope remains slack. A pencil is placed against the rope and moved, such that the rope always remains taut. The shape of the curve traced by the pencil would be a part of

- | | |
|-------------|---------------|
| 1. a circle | 2. an ellipse |
| 3. a square | 4. a triangle |

14. During ice skating, the blades of the ice skater's shoes exert pressure on the ice. Ice skater can efficiently skate because

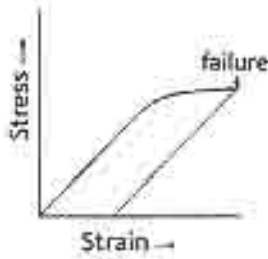
1. ice gets converted to water as the pressure exerted on it increases.
2. ice gets converted to water as the pressure exerted on it decreases.
3. the density of ice in contact with the blades decreases.
4. blades do not penetrate into ice.

15. Four sedimentary rocks A, B, C and D are intruded by an igneous rock R as shown in the cross-section diagram. Which of the following is correct about their ages?



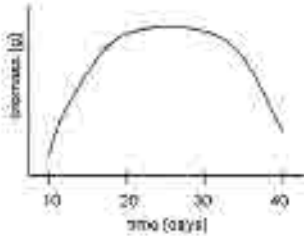
1. A is the youngest followed by B, C, D and R.
2. R is the youngest followed by A, B, C and D.
3. D is the youngest followed by C, B, A and R.
4. A is the youngest followed by R, B, C and D.

16. एक ठोस पदार्थ जो कि लगातार तनाव में है उसकी टांग संलग्न चित्र में अंकित की गई है।



निम्न में से कौनसा कथन सत्य है ?

1. विफलता बिन्दु तक ठोस प्रत्यास्थतापूर्वक विकृत होता है।
 2. विफलता बिन्दु तक ठोस प्लास्टिकता पूर्वक विकृत होता है।
 3. विफलता होने पर ठोस अपने मूल आकार व स्वरूप में आ जाता है।
 4. विफलता होने पर ठोस हमेशा के लिये विकृत हो जाता है।
17. एक जीव की वृद्धि जिसे कि समय के नियत अंतरालों पर जांचा गया था नीचे दिने ग्राफ में दर्शाया गया है। किस समय के दौरान वृद्धि दर शून्य है ?



1. दसवें दिन के आसपास
 2. 20 वें दिन
 3. 20 से 30 दिनों के बीच
 4. 30 से 40 दिनों के बीच
18. लाल (R) बीजां बाले एक लंबे (T) पौधे (दोनों प्रमुख विशेषताएँ) को एक सफ़ेद (r) बीजां बाले लंबे (t) पौधे से संकरित किया गया था। यदि पृथक्कारी तापति ने समान संख्या में लंबे लाल व लंबे सफ़ेद पौधे पैदा किये तो उनके जनकों का जीन प्रकार होगा ?

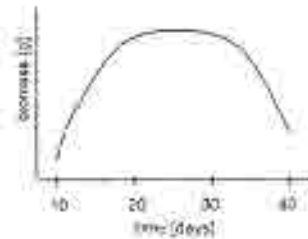
1. TtRr × TtRr
2. TtRr × tttr
3. TTRR × tttr
4. TTRR × TtRr

16. The strain in a solid subjected to continuous stress is plotted.



Which of the following statements is true?

1. The solid deforms elastically till the point of failure.
 2. The solid deforms plastically till the point of failure.
 3. The solid comes back to original shape and size on failure.
 4. The solid is permanently deformed on failure.
17. Growth of an organism was monitored at regular intervals of time, and is shown in the graph below. Around which time is the rate of growth zero?



1. Close to day 10
 2. On day 20
 3. Between days 20 and 30
 4. Between days 30 and 40
18. A Tall plant with Red seeds (both dominant traits) was crossed with a dwarf plant with white seeds. If the segregating progeny produced equal number of tall red and dwarf white plants, what would be the genotype of the parents?

1. TtRr × TtRr
2. TtRr × tttr
3. TTRR × tttr
4. TTRR × TtRr

19. तीन सूर्यमुखी पौधों को नीचे दराईये गयी परिस्थितियों में रखा गया था।

पौधा A : निश्चल हवा में

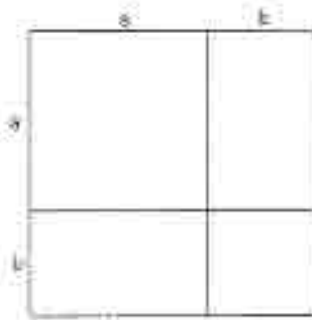
पौधा B : साधारण रूप से प्रक्षुब्ध हवा में

पौधा C : अंधेरे व निश्चल हवा में

निम्न में से कौनसा कथन सही है ?

1. पौधा B की पारस्परिक दर > पौधा A की दर से
2. पौधा A की पारस्परिक दर > पौधा B की दर से
3. पौधा C की पारस्परिक दर = पौधा A की पारस्परिक दर
4. पौधा C की पारस्परिक दर > पौधा A की पारस्परिक दर > पौधा B की पारस्परिक दर

20. खाली विक के द्वारा निम्न में से कौनसा उचित होता है



1. $a + ah + ab^2 + \dots = a/(1-b)$ for $|b| < 1$
2. $a > b$ से तबल्य $a^3 > b^3$
3. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
4. $a > b$ से तबल्य $-a < -b$

19. Three sunflower plants were placed in conditions as indicated below.

Plant A : still air

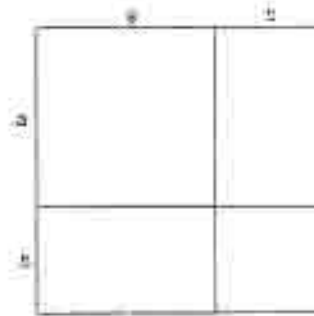
Plant B : moderately turbulent air

Plant C : still air in the dark

Which of the following statements is correct?

1. Transpiration rate of plant B > that of plant A.
2. Transpiration rate of plant A > that of plant B.
3. Transpiration rate of plant C = that of plant A.
4. Transpiration rate of plant C > that of plant A > that of plant B.

20. Which of the following is indicated by the accompanying diagram?



1. $a + ah + ab^2 + \dots = a/(1-b)$ for $|b| < 1$
2. $a > b$ implies $a^3 > b^3$
3. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
4. $a > b$ implies $-a < -b$

भाग B

21. शब्द 'MATHEMATICS' के अक्षरों के व्यवस्था से कितने शब्द बनाये जा सकते हैं ?

1. 5040 2. 4989600
3. $11!$ 4. $8!$

22. 50,000 के धनात्मक भाजक कितने हैं ?

1. 20 2. 30
3. 40 4. 50

23. मानें कि A व B दो $n \times n$ वास्तविक आव्यूह हैं। निम्न कथनों में कौन सही है ?

1. $\text{जाति}(A+B) = \text{जाति}(A) + \text{जाति}(B)$,
2. $\text{जाति}(A+B) \leq \text{जाति}(A) + \text{जाति}(B)$,
3. $\text{जाति}(A+B) = \max\{\text{जाति}(A), \text{जाति}(B)\}$,
4. $\text{जाति}(A+B) = \min\{\text{जाति}(A), \text{जाति}(B)\}$.

24. मानें कि

$$f_n(x) = \begin{cases} 1-nx & \text{for } x \in [0, 1/n] \\ 0 & \text{for } x \in [1/n, 1] \end{cases} \quad \text{जहाँ}$$

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x)$, $[0, 1]$ पर सात फलन की परिभाषा करता है।
2. $\{f_n\}$, $[0, 1]$ पर एकलानन अभिसरित होता है।
3. सभी $x \in [0, 1]$ के लिए $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) = 0$ है।
4. सभी $x \in [0, 1]$ के लिए $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x)$ का अस्तित्व है।

25. संख्या $\sqrt{2}e^n$ एक

1. परिमेय संख्या है।
2. अनिगमनांक है।
3. अपरिमेय संख्या है।
4. अधिकल्पित संख्या है।

PART B

21. The number of words that can be formed by permuting the letters of 'MATHEMATICS' is

1. 5040 2. 4989600
3. $11!$ 4. $8!$

22. The number of positive divisors of 50,000 is

1. 20 2. 30
3. 40 4. 50

23. Let A, B be $n \times n$ real matrices. Which of the following statements is correct?

1. $\text{rank}(A+B) = \text{rank}(A) + \text{rank}(B)$,
2. $\text{rank}(A+B) \leq \text{rank}(A) + \text{rank}(B)$,
3. $\text{rank}(A+B) = \min\{\text{rank}(A), \text{rank}(B)\}$,
4. $\text{rank}(A+B) = \max\{\text{rank}(A), \text{rank}(B)\}$.

24. Let $f_n(x) = \begin{cases} 1-nx & \text{for } x \in [0, 1/n] \\ 0 & \text{for } x \in [1/n, 1] \end{cases}$

Then

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x)$ defines a continuous function on $[0, 1]$.
2. $\{f_n\}$ converges uniformly on $[0, 1]$.
3. $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) = 0$ for all $x \in [0, 1]$.
4. $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x)$ exists for all $x \in [0, 1]$.

25. The number $\sqrt{2}e^n$ is

1. a rational number.
2. a transcendental number.
3. an irrational number.
4. an imaginary number.

26. मानें कि ζ एक का आदिम घनमूल है। A की परिभाषा है-

$$A = \begin{pmatrix} \zeta & 0 \\ 0 & \zeta \end{pmatrix}$$

एक वektor $v = (v_1, v_2, v_3) \in \mathbb{R}^3$ के लिये $|v|_A$ की परिभाषा है $\sqrt{|v_1 v^T|}$ जहाँ v^T, v का परिवर्त है। अगर $w = (1, 1, 1)$ तो $|w|_A$

1. 0 के समान है।
2. 1 के समान है।
3. -1 के समान है।
4. 2 के समान है।

27. मानें कि $M = \{(a_1, a_2, a_3) : a_i \in \{1, 2, 3, 4\}, a_1 + a_2 + a_3 = 6\}$ । M के अवयवों की संख्या है

1. 8
2. 9
3. 10
4. 12

28. $(38)^{999}$ का अंतिम अंक है।

1. 6
2. 2
3. 4
4. 8

29. वास्तविक प्रविष्टि व शून्य अनुपेक्ष वाले $n \times n$ ($n \geq 2$) कोरि के सभी सम्मिल अवयवों $A = (a_{ij})$, $a_{11} = 0$ के संश्लेष सम्मति की संख्या है

1. $(n^2+n-4)/2$
2. $(n^2-n+4)/2$
3. $(n^2+n-3)/2$
4. $(n^2-n+3)/2$

30. मानें कि $I = [0, 1] \subset \mathbb{R}$ । $x \in \mathbb{R}$ को लिये मानें कि $\phi(x) = \text{दूरी}(x, I) = \min\{|x-y| : y \in I\}$ । तो

1. \mathbb{R} पर कहीं $\phi(x)$ अवसतत नै।
2. \mathbb{R} पर $\phi(x)$ सतत है परन्तु अवकलनीय $x=0$ पर सतत अवकलनीय नहीं है।
3. \mathbb{R} पर $\phi(x)$ सतत है परन्तु अवकलनीय $x=0$ व $x=1$ पर सतत अवकलनीय नहीं है।
4. \mathbb{R} पर $\phi(x)$ अवकलनीय है।

26. Let ζ be a primitive cube root of unity. Define

$$A = \begin{pmatrix} \zeta & 0 \\ 0 & \zeta \end{pmatrix}$$

For a vector $v = (v_1, v_2, v_3) \in \mathbb{R}^3$ define

$|v|_A = \sqrt{|v_1 v^T|}$ where v^T is transpose of v . If $w = (1, 1, 1)$ then $|w|_A$ equals

1. 0
2. 1
3. -1
4. 2

27. Let $M = \{(a_1, a_2, a_3) : a_i \in \{1, 2, 3, 4\}, a_1 + a_2 + a_3 = 6\}$. Then the number of elements in M is

1. 8
2. 9
3. 10
4. 12

28. The last digit of $(38)^{999}$ is

1. 6
2. 2
3. 4
4. 8

29. The dimension of the vector space of all symmetric matrices $A = (a_{ij})$ of order $n \times n$ ($n \geq 2$) with real entries, $a_{11} = 0$ and trace zero is

1. $(n^2+n-4)/2$
2. $(n^2-n+4)/2$
3. $(n^2+n-3)/2$
4. $(n^2-n+3)/2$

30. Let $I = [0, 1] \subset \mathbb{R}$. For $x \in \mathbb{R}$, let $\phi(x) = \text{dist}(x, I) = \inf\{|x-y| : y \in I\}$. Then

1. $\phi(x)$ is discontinuous somewhere on \mathbb{R} .
2. $\phi(x)$ is continuous on \mathbb{R} but not continuously differentiable exactly at $x = 0$.
3. $\phi(x)$ is continuous on \mathbb{R} but not continuously differentiable exactly at $x = 0$ and at $x = 1$.
4. $\phi(x)$ is differentiable on \mathbb{R} .

31. मानें कि $a_n = \sin \pi/n$ । हम a_1, a_2, \dots के लिए उच्चक

1. 0 है व यह प्राप्त होता है।
2. 0 है व यह प्राप्त नहीं होता।
3. 1 है व यह प्राप्त होता है।
4. 1 है व यह प्राप्त नहीं होता।

32. मध्य $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$ का उपयोग करके

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \text{ का मूल्य होगा।}$$

1. $\frac{\pi^2}{12}$
2. $\frac{\pi^2}{12} - 1$
3. $\frac{\pi^2}{8}$
4. $\frac{\pi^2}{8} - 1$

33. मानें कि $f(x, y) = u(x, y) + i v(x, y)$ एक का एक
सम्मिश्रमानी कलन $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ है।

मानें कि $u(x, y) = 3x^2y$, तो

1. \mathbb{C} पर v के किसी भी चरण पर f होलोमॉर्फिक नहीं हो सकता।
2. \mathbb{C} पर v के उचित चरण पर f होलोमॉर्फिक होगा।
3. \mathbb{C} पर v के सभी चरण पर f होलोमॉर्फिक होगा।
4. u अवकलनीय नहीं है।

34. मानें कि $f: \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ एक द्विरैखिक प्रतिचित्र है
अर्थात् हर v, w में अलग से रैखिक है। तो $(V, W) \in \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2$ के लिये $(H, K) \in \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2$ पर मूल्यकित
अवकलन $Df(V, W)$ निम्न से दिया जाता है:

1. $f(V, K) + f(H, W)$
2. $f(H, K)$
3. $f(V, H) + f(W, K)$
4. $f(H, V) + f(W, K)$

35. अधिकतम 3 घात वाले सभी वास्तविक बहुपदों की
सर्विश सदिश N माना जाये। $S: N \rightarrow N$ की परिभाषा
है $(Sp)(x) = p(x+1)$, $p \in N$ । तो $\{1, x, x^2, x^3\}$
जो सभ सदिश के रूप में है इस आधार में S का
आयुक्त, इस प्रकार दिया जाता है।

31. Let $a_n = \sin \pi/n$. For the sequence a_1, a_2, \dots
the supremum is

1. 0 and it is attained.
2. 0 and it is not attained.
3. 1 and it is attained.
4. 1 and it is not attained.

32. Using the fact that

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \text{ equals}$$

1. $\frac{\pi^2}{12}$
2. $\frac{\pi^2}{12} - 1$
3. $\frac{\pi^2}{8}$
4. $\frac{\pi^2}{8} - 1$

33. Let $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ be a complex valued function of the
form $f(x, y) = u(x, y) + i v(x, y)$.

Suppose that $u(x, y) = 3x^2y$.

Then

1. f cannot be holomorphic on \mathbb{C} for any choice of v .
2. f is holomorphic on \mathbb{C} for a suitable choice of v .
3. f is holomorphic on \mathbb{C} for all choices of v .
4. u is not differentiable.

34. Let $f: \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ be a bilinear map, i.e., linear in
each variable separately. Then for $(V, W) \in \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2$, the derivative $Df(V, W)$ evaluated on $(H, K) \in \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2$ is given by

1. $f(V, K) + f(H, W)$
2. $f(H, K)$
3. $f(V, H) + f(W, K)$
4. $f(H, V) + f(W, K)$

35. Let N be the vector space of all real polynomials of
degree at most 3. Define

$$S: N \rightarrow N \text{ by } (Sp)(x) = p(x+1), p \in N.$$

Then the matrix of S in the basis $\{1, x, x^2, x^3\}$,
considered as column vectors, is given by:

$$1. \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \quad 2. \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$3. \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \end{bmatrix} \quad 4. \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$1. \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \quad 2. \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$3. \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \end{bmatrix} \quad 4. \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

36. मान कि F 8 अवयव वाला एक क्षेत्र है एवं $\Lambda = \{\lambda \in F \mid \lambda^7 = 1 \text{ व } \lambda^k \neq 1, k < 7 \}$ वाले सभी प्राकृतिक अंकों को स्थित करने वाला Λ के अवयवों की संख्या है :

1. 1 2. 2
3. 3 4. 6

37. धार श्रेणी $\sum_{n=0}^{\infty} 3^{-n} (z-1)^{2n}$ तभी अभिसरित होती है जब

1. $|z| \leq 3$ 2. $|z| < \sqrt{3}$
3. $|z-1| < \sqrt{3}$ 4. $|z-1| \leq \sqrt{3}$

38. समूह $G = \mathbb{Q}/\mathbb{Z}$ के बारे में विचार करें जहाँ \mathbb{Q} व \mathbb{Z} क्रमशः परिमेय व पूर्ण अंकों के समूह हैं। मान कि n एक धनात्मक संख्या है। तो क्या कोई n का एक धनात्मक उपसमूह है ?

1. आवश्यक नहीं।
2. हाँ एक अनन्य।
3. हाँ परन्तु अनन्य होने की आवश्यकता नहीं।
4. कभी नहीं।

39. मान कि $f(x) = x^3 + 2x^2 + 1$ एवं $g(x) = 2x^2 + x + 2$ को \mathbb{Z}_3 पर:

1. $f(x)$ व $g(x)$ अपघटनीय हैं।
2. $f(x)$ अपघटनीय है परन्तु $g(x)$ नहीं।
3. $g(x)$ अपघटनीय है परन्तु $f(x)$ नहीं।
4. न तो $f(x)$ न ही $g(x)$ अपघटनीय है।

36. Let F be a field of 8 elements and $\Lambda = \{x \in F \mid x^7 = 1 \text{ and } x^k \neq 1 \text{ for all natural numbers } k < 7\}$. Then the number of elements in Λ is

1. 1 2. 2
3. 3 4. 6

37. The power series $\sum_{n=0}^{\infty} 3^{-n} (z-1)^{2n}$ converges if

1. $|z| \leq 3$ 2. $|z| < \sqrt{3}$
3. $|z-1| < \sqrt{3}$ 4. $|z-1| \leq \sqrt{3}$

38. Consider the group $G = \mathbb{Q}/\mathbb{Z}$ where \mathbb{Q} and \mathbb{Z} are the groups of rational numbers and integers respectively. Let n be a positive integer. Then is there a cyclic subgroup of order n ?

1. not necessarily.
2. yes, a unique one.
3. yes, but not necessarily a unique one.
4. never

39. Let $f(x) = x^3 + 2x^2 + 1$ and $g(x) = 2x^2 + x + 2$. Then over \mathbb{Z}_3 ,

1. $f(x)$ and $g(x)$ are irreducible
2. $f(x)$ is irreducible, but $g(x)$ is not.
3. $g(x)$ is irreducible, but $f(x)$ is not.
4. neither $f(x)$ nor $g(x)$ is irreducible

40. $\mathbb{Z}_{(12)}$ से $\mathbb{Z}_{(28)}$ तक के अनुचय बलय समाकारिता की संख्या है।

1. 1
2. 3
3. 4
4. 7

41. प्रारंभिक मान समस्या $y'(t) = f(t)y(t)$, $y(0) = 1$ जहाँ $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ सतत है पर विचारें। तो इस प्रारंभिक मान समस्या के

1. कुछ f के लिये अनन्त बहुत हल होते हैं।
2. \mathbb{R} पर एक अनन्य हल होता है।
3. \mathbb{R} पर कुछ f के लिये कोई हल नहीं होता।
4. 0 को अन्तर्विष्ट करते एक अंतराल में एक हल होता है परन्तु कुछ f के लिये \mathbb{R} पर नहीं।

42. मानें कि सामान्य अवकल समीकरण $u''(t) - 4u'(t) + 3u(t) = 0$, $t \in \mathbb{R}$ के सभी परिबद्ध हलों का समुच्चय V है। तो V

1. विभा 2 की एक वास्तविक सहित समष्टि है।
2. विभा 1 की एक वास्तविक सहित समष्टि है।
3. केवल एक तुल्य फलन $u \equiv 0$ को अन्तर्विष्ट करता है।
4. ठीक-ठीक दो ही फलनों को अन्तर्विष्ट करता है।

43. फलन $u(x, t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{t}} e^{-\frac{x^2}{4t}} & , t > 0, x \in \mathbb{R} \\ 0 & , t \leq 0, x \in \mathbb{R} \end{cases}$

ऊष्म समीकरण का निम्न अंतराल में एक हल है:

1. $\{(x, t) : x \in \mathbb{R}, t \in \mathbb{R}\}$.
2. $\{(x, t) : x \in \mathbb{R}, t > 0\}$ परन्तु समुच्चय $\{(x, t) : x \in \mathbb{R}, t < 0\}$ में नहीं।
3. $\{(x, t) : x \in \mathbb{R}, t \in \mathbb{R}\} \setminus \{(0, 0)\}$.
4. $\{(x, t) : x \in \mathbb{R}, t > -1\}$.

40. The number of non-trivial ring homomorphisms from $\mathbb{Z}_{(12)}$ to $\mathbb{Z}_{(28)}$ is

1. 1
2. 3
3. 4
4. 7

41. Consider the initial value problem

$$y'(t) = f(t)y(t), \quad y(0) = 1$$

where $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ is continuous. Then this initial value problem has

1. infinitely many solutions for some f ,
2. a unique solution in \mathbb{R} ,
3. no solution in \mathbb{R} for some f ,
4. a solution in an interval containing 0, but not on \mathbb{R} for some f .

42. Let V be the set of all bounded solutions of the ODE

$$u''(t) - 4u'(t) + 3u(t) = 0, t \in \mathbb{R}$$

Then V

1. is a real vector space of dimension 2.
2. is a real vector space of dimension 1.
3. contains only the trivial function $u \equiv 0$.
4. contains exactly two functions.

43. The function

$$u(x, t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{t}} e^{-\frac{x^2}{4t}} & , t > 0, x \in \mathbb{R} \\ 0 & , t \leq 0, x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

is a solution of the heat equation in

1. $\{(x, t) : x \in \mathbb{R}, t \in \mathbb{R}\}$.
2. $\{(x, t) : x \in \mathbb{R}, t > 0\}$ but not in the set $\{(x, t) : x \in \mathbb{R}, t < 0\}$.
3. $\{(x, t) : x \in \mathbb{R}, t \in \mathbb{R}\} \setminus \{(0, 0)\}$.
4. $\{(x, t) : x \in \mathbb{R}, t > -1\}$.

44. दूसरी कोटि के असिक अवकल समीकरण

$$u_{xx} - yu_x + x^2u = 0$$

है

1. सभी $x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}$ के लिये दीर्घवृत्तीय है ।
2. सभी $x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}$ के लिये परवलयिक है ।
3. सभी $x \in \mathbb{R}, y < 0$ के लिये दीर्घवृत्तीय है ।
4. सभी $x \in \mathbb{R}, y < 0$ के लिये अतिपरवलयिक है ।

45. दूसरी कोटि के एक साधारण अवकल समीकरण व उसके परिमित अंतर निकाल के बारे में विचारें । निम्न में से एक सही कथन की पहचानें ।

1. परिमित अंतर निकाल अल्प है ।
2. कुछ साधारण अवकल समीकरणों के लिये परिमित अंतर निकाल अल्प है ।
3. साधारण अवकल समीकरणों के लिये कोई अल्प परिमित अंतर निकाल नहीं है ।
4. परिमित अंतर अधिरोपण की अवस्था निर्धारित नहीं हो सकती ।

46. प्रश्नक

$$I(y(x)) = \int_1^3 y(3x - y) dx; \quad y(3) = 4\frac{1}{2}, \quad y(1) = 1$$

के न्यूनतमकरण की विचरणी समस्या का

1. एक अल्प हल होगा है ।
2. ठीक-ठीक दो ही हल होंगे हैं ।
3. अल्प समाय के हल होंगे हैं ।
4. कोई हल नहीं होगा ।

47. रेखिक समाकल समीकरण $\phi(x) = x + \int_0^{1/2} \phi(\xi) d\xi$, के लिए समकाल कोटि $R(x, \xi; 1)$ है

- | | |
|--------|------|
| 1. 1/2 | 2. 2 |
| 3. 3/2 | 4. 4 |

48. एक गतिशील एक की हैमिल्टन H = pq - q² दी जाती है, जो जब t → ∞,

1. q → ∞, p → ∞
2. q → 0, p → 0
3. q → ∞, p → 0
4. q → 0, p → ∞

44. The second order PDE

$$u_{xx} - yu_x + x^2u = 0$$

is

1. elliptic for all $x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}$.
2. parabolic for all $x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}$.
3. elliptic for all $x \in \mathbb{R}, y < 0$.
4. hyperbolic for all $x \in \mathbb{R}, y < 0$.

45. Consider a second order ordinary differential Equation (ODE) and its finite difference representation. Identify which of the following statements is correct.

1. The finite difference representation is unique.
2. The finite difference representation is unique for some ODE.
3. There is no unique finite difference scheme for the ODE.
4. The uniqueness of a finite difference scheme can not be determined.

46. The variational problem of extremizing the functional

$$I(y(x)) = \int_1^3 y(3x - y) dx; \quad y(3) = 4\frac{1}{2}, \quad y(1) = 1$$

has

1. a unique solution.
2. exactly two solutions.
3. an infinite number of solutions.
4. no solution.

47. For the linear integral equation

$$\phi(x) = x + \int_0^{1/2} \phi(\xi) d\xi,$$

the resolvent kernel $R(x, \xi; 1)$ is

- | | |
|--------|------|
| 1. 1/2 | 2. 2 |
| 3. 3/2 | 4. 4 |

48. If the Hamiltonian of a dynamical system is given by $H = pq - q^2$, then as $t \rightarrow \infty$

1. $q \rightarrow \infty, p \rightarrow \infty$
2. $q \rightarrow 0, p \rightarrow 0$
3. $q \rightarrow \infty, p \rightarrow 0$
4. $q \rightarrow 0, p \rightarrow \infty$

49. संघटी बंटन फलन $F_1(t)$ व $F_2(t)$ एवं प्रायिकता घनत्व फलन $f_1(t)$ व $f_2(t)$ के दो जीवनकाल चर T_1 व T_2 की जोड़ियम गतिशील कमरा $h_1(t) = 3t^2$ व $h_2(t) = 4t^2, t > 0$ है। तो
1. सभी $t > 0$ के लिये $F_1(t) \geq F_2(t)$.
 2. सभी $t > 1$ के लिये $F_1(t) < F_2(t)$.
 3. $E(T_1) < E(T_2)$.
 4. सभी $t > 0$ के लिये $f_1(t) < f_2(t)$.
50. मानें कि $X_1, X_2, \dots \sim N(1,1)$ के अनुसार सर्वोच्चतम लगातार रूप से बंटित यादृच्छिक चर हैं। मानें कि $n \geq 1$ के लिये $S_n = X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2$ है। तो $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\text{प्रसरण}(S_n)}{n}$ का मूल्य है
1. 4
 2. 6
 3. 1
 4. 0
51. मानें कि $\{X_n : n \geq 0\}$ एक मरिचित अवस्था समष्टि S पर साथ-साथ संक्रमण प्रायिकता आव्यूह वाला एक मार्कोव श्रृंखला है। मानें कि श्रृंखला अलपुनरणीय नहीं है। तो यह मार्कोव श्रृंखला
1. के अलावा बहुत साथ बंटन प्राप्त है।
 2. का एक ही अनन्य साथ बंटन प्राप्त है।
 3. या कोई भी साथ बंटन प्राप्त नहीं है।
 4. के डीक-डीक दो साथ बंटन प्राप्त नहीं है।
52. मानें कि X व Y दो स्वतंत्र यादृच्छिक चर हैं, जहाँ 0 के दोनों तरफ Y सममित है। मानें कि $U = X + Y$ व $V = X - Y$ तो
1. U व V हमेशा स्वतंत्र हैं।
 2. U व V दोनों का बंटन समान है।
 3. U हमेशा 0 के दोनों तरफ सममित है।
 4. V हमेशा 0 के दोनों तरफ सममित है।
53. एक चुनाव में दो राजनीतिक पक्षों के प्रति मतदाताओं की प्रसंग की आवृत्तियों निम्न 2×2 तालिका में लिखानुसार दर्शाए गए हैं। सही कथन को पहचानें
- | लिंग | पक्ष B | पक्ष C | कुल |
|--------|--------|--------|------|
| पुरुष | 200 | 400 | 600 |
| स्त्री | 100 | 300 | 400 |
| कुल | 300 | 700 | 1000 |
49. The hazard rates of two life time variables T_1 and T_2 with respective c.d.f.s $F_1(t)$ and $F_2(t)$ and p.d.f.s $f_1(t)$ and $f_2(t)$, are $h_1(t) = 3t^2$ and $h_2(t) = 4t^2, t > 0$ respectively. Then
1. $F_1(t) \geq F_2(t)$ for all $t > 0$.
 2. $F_1(t) < F_2(t)$ for all $t > 1$.
 3. $E(T_1) < E(T_2)$.
 4. $f_1(t) < f_2(t)$ for all $t > 0$.
50. Let X_1, X_2, \dots be i.i.d. $N(1,1)$ random variables. Let $S_n = X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2$ for $n \geq 1$. Then $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\text{Var}(S_n)}{n}$ is
1. 4
 2. 6
 3. 1
 4. 0
51. Let $\{X_n : n \geq 0\}$ be a Markov chain on a finite state space S with stationary transition probability matrix. Suppose that the chain is not irreducible. Then the Markov chain
1. admits infinitely many stationary distributions.
 2. admits a unique stationary distribution.
 3. may not admit any stationary distribution.
 4. cannot admit exactly two stationary distributions.
52. Suppose X and Y are independent random variables where Y is symmetric about 0. Let $U = X + Y$ and $V = X - Y$. Then
1. U and V are always independent.
 2. U and V have the same distribution.
 3. U is always symmetric about 0.
 4. V is always symmetric about 0.
53. Consider the following 2×2 table of frequencies of voter preferences to two parties classified by gender, in an election. Identify the correct statement:
- | Gender | Party B | Party C | Total |
|--------|---------|---------|-------|
| Male | 200 | 400 | 600 |
| Female | 100 | 300 | 400 |
| Total | 300 | 700 | 1000 |

1. अगर एक ज लिंग के दोन कोई समान नहीं है तो अपेक्षा अनुपातों होती

180	420
120	280

2. लक्षण की अनुपस्थिति के परीक्षण हेतु कार्य-परिचय संख्या 0 है ।
3. लिंग व पक्ष सम्बन्धित नहीं है ।
4. कुछ ज लिंग दोनों समानता पक्ष () को पसंद करते हैं ।

54. मान लें X_1, X_2, \dots, X_n ($n \geq 2$), $N(\mu, \sigma^2)$ वितरण से स्वतंत्र रूप से वितरित प्रेक्षण हैं, जहाँ $-\infty < \mu < \infty$ व $0 < \sigma^2 < \infty$ अज्ञान प्राचल हैं । मान कि $\hat{\sigma}_{MLE}^2$ व $\hat{\sigma}_{UMVUE}^2$ क्रमशः σ^2 के अधिकतम सम्भावित व (समान्य न्यूनतम) प्रसरण सम्बन्धित अंशक हैं । सही कथनों का चिह्न करें ।

1. $\hat{\sigma}_{MLE}^2$ का प्रसरण $\hat{\sigma}_{UMVUE}^2$ के प्रसरण के समान है ।
2. $\hat{\sigma}_{UMVUE}^2$ की तुलना में $\hat{\sigma}_{MLE}^2$ का प्रसरण अधिक है ।
3. $\hat{\sigma}_{UMVUE}^2$ की तुलना में $\hat{\sigma}_{MLE}^2$ का त्रुटि वर्ग समान है ।
4. $\hat{\sigma}_{MLE}^2$ व $\hat{\sigma}_{UMVUE}^2$ दोनों के त्रुटि वर्ग समान हैं ।

55. मान कि हमारे पास X_1, X_2, \dots, X_n एक प्रत्यागन्ध वितरण वाले स्वतंत्र रूप से वितरित प्रेक्षण हैं । इसके अतिरिक्त मानें कि हमारे पास उसी प्रत्यागन्ध वितरण वाले स्वतंत्र प्रेक्षण समुच्चय Y_1, Y_2, \dots, Y_n भी हैं जो भी स्वतंत्र रूप से वितरित हैं । मान कि $R_X = X$ व Y मूल्यों के युग्मित समुच्चय में X ओं की जातियाँ (रैंक) का योगफल है व $R_Y = Y$ युग्मित समुच्चय में Y ओं की जातियाँ का योगफल है । तो

1. $P(R_Y - R_X > 0) > \frac{1}{2}$
2. $P(R_Y - R_X > 0) > \frac{1}{2}$
3. $E(R_Y) = E(R_X)$
4. $P(R_Y = R_X) = 1$

56. एक साधारण रजामप्रवण निदर्शी $Y = \beta X + \epsilon$ पर विचार । मान कि $\bar{Y}_0, X = x_0$ पर n प्रेक्षणों (Y_i, X_i) , $i = 1, \dots, n$ व $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ पर आधारित Y का न्यूनतम वर्ग प्राचयक है । तो प्राचयक \hat{Y}_0 की मानक त्रुटि

1. If there is no association between party and gender, the expected frequencies are

180	420
120	280

2. The chi-square statistic for testing no association is 0.
3. Gender and party are not associated.
4. Both males and females equally prefer party C

54. Let X_1, X_2, \dots, X_n be n ($n \geq 2$) i.i.d. observations from $N(\mu, \sigma^2)$ distribution, where $-\infty < \mu < \infty$ and $0 < \sigma^2 < \infty$ are unknown parameters. Let $\hat{\sigma}_{MLE}^2$ and $\hat{\sigma}_{UMVUE}^2$ denote the maximum likelihood and uniformly minimum variance unbiased estimates of σ^2 respectively. Identify the correct statement:

1. $\hat{\sigma}_{MLE}^2$ has the same variance as that of $\hat{\sigma}_{UMVUE}^2$.
2. $\hat{\sigma}_{MLE}^2$ has larger variance than that of $\hat{\sigma}_{UMVUE}^2$.
3. $\hat{\sigma}_{MLE}^2$ has smaller mean squared error than that of $\hat{\sigma}_{UMVUE}^2$.
4. $\hat{\sigma}_{MLE}^2$ and $\hat{\sigma}_{UMVUE}^2$ have the same mean squared error.

55. Suppose that we have i.i.d. observations X_1, X_2, \dots, X_n with a normal distribution. Suppose further that we have an independent set of observations Y_1, Y_2, \dots, Y_n which are also i.i.d. with the same normal distribution. Let R_X = the sum of the ranks of the X 's when they are ranked in the combined set of X and Y values, and R_Y = the sum of the ranks of the Y 's in the combined set. Then

1. $P(R_Y - R_X > 0) > \frac{1}{2}$
2. $P(R_Y - R_X > 0) > \frac{1}{2}$
3. $E(R_Y) = E(R_X)$
4. $P(R_Y = R_X) = 1$

56. Consider a simple linear regression model $Y = \beta X + \epsilon$. Let \hat{Y}_0 be the least squares predictor of Y at $X = x_0$ based on n observations (Y_i, X_i) , $i = 1, \dots, n$ and $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$. Then the standard error of the predictor \hat{Y}_0

1. जब \bar{X} से x_0 दूर हटता है तो कम होती है।
2. जब \bar{X} से x_0 दूर हटता है तो अधिक होती है।
3. जब 0 के पास x_0 आता है तो अधिक होती है।
4. जब 0 के पास x_0 आता है तो कम होती है।

57. एक बक्से में 1, 2, ..., N संख्यावाले N टिकट अंतर्निहित हैं। N का मूल्य तथापि अज्ञात है। बक्से में से वापस रखे बिना एक साधारण यादृच्छिक n टिकटों का प्रतिदर्श निकाला गया। मानें कि X_1, X_2, \dots, X_n टिकटों पर दिये गये संख्या हैं जो क्रमशः पहले, दूसरे, ..., n वें बार निकालने में पाये जाते हैं। निम्न में से कौन N का अनबिजत आकल है ?

1. $2\bar{X}-1$ जहाँ $\bar{X} = \frac{1}{n}(X_1 + \dots + X_n)$
2. $2\bar{X}+1$
3. $2\bar{X} + \frac{1}{2}$
4. $2\bar{X} - \frac{1}{2}$

58. यह देखने के लिए कि क्या दो अलग रंगों कीम A व B मानव शरीर पर अलग परिणाम देते हैं, एक नैदानिक परीक्षण किया गया जिसमें यादृच्छिक रूप से चुने न व्यक्ति शामिल किये गये। कीम A हर व्यक्ति के यादृच्छिक रूप से चुनी गयी एक भुजा में लगाया गया, व कीम B दूसरी भुजा में। मानें कि भाषी गयी प्रतिक्रिया एक संतत चर है। अंतर के परीक्षण हेतु किस सांख्यिकीय परीक्षण का उपयोग करना चाहिये ?

1. अगर प्रसाधान्यता मानी जा सकती है तो दो-प्रतिदर्श टी-परीक्षण
2. अगर प्रसाधान्यता मानी जा सकती है तो युगल टी-परीक्षण
3. दो प्रतिदर्श कोल्मोगोरोव-स्मिरनोव परीक्षण
4. यादृच्छिकता का परीक्षण

59. मानें कि चर $x_1 \geq 0$ व $x_2 \geq 0$ व्यक्तियों $x_1 + x_2 \geq 3$ व $x_1 + 2x_2 \geq 4$ का समाधान करते हैं। तो निम्न में से कौन सा सही है ?

1. $5x_1 + 7x_2$ का उच्चतम मूल्य 21 है व उसका कोई परिमित न्यूनतम नहीं है।
2. $5x_1 + 7x_2$ का न्यूनतम मूल्य 17 है व उसका कोई परिमित उच्चतम नहीं है।
3. $5x_1 + 7x_2$ का उच्चतम मूल्य 21 है व उसका न्यूनतम मूल्य 17 है।
4. $5x_1 + 7x_2$ का न तो कोई परिमित न्यूनतम है न तो उच्चतम।

1. decreases as x_0 moves away from \bar{X} .
2. increases as x_0 moves away from \bar{X} .
3. increases as x_0 moves closer to 0.
4. decreases as x_0 moves closer to 0.

57. A box contains N tickets which are numbered 1, 2, ..., N. The value of N is however, unknown. A simple random sample of n tickets is drawn without replacement from the box. Let X_1, X_2, \dots, X_n be numbers on the tickets obtained in the 1st, 2nd, ..., nth draws respectively. Which of the following is an unbiased estimator of N?

1. $2\bar{X}-1$ where $\bar{X} = \frac{1}{n}(X_1 + \dots + X_n)$
2. $2\bar{X}+1$
3. $2\bar{X} + \frac{1}{2}$
4. $2\bar{X} - \frac{1}{2}$

58. In a clinical trial n randomly chosen persons were enrolled to examine whether two different skin creams, A and B, have different effects on the human body. Cream A was applied to one of the randomly chosen arms of each person, cream B to the other arm. Which statistical test is to be used to examine the difference? Assume that the response measured is a continuous variable.

1. Two-sample t-test if normality can be assumed.
2. Paired t-test if normality can be assumed.
3. Two-sample Kolmogorov-Smirnov test.
4. Test for randomness.

59. Suppose that the variables $x_1 \geq 0$ and $x_2 \geq 0$ satisfy the constraints $x_1 + x_2 \geq 3$ and $x_1 + 2x_2 \geq 4$. Which of the following is true?

1. The maximum value of $5x_1 + 7x_2$ is 21 and it does not have any finite minimum.
2. The minimum value of $5x_1 + 7x_2$ is 17 and it does not have any finite maximum.
3. The maximum value of $5x_1 + 7x_2$ is 21 and its minimum value is 17.
4. $5x_1 + 7x_2$ neither has a finite maximum nor a finite minimum.

60. आगमन गति $\lambda > 0$ व सेवा गति $\mu > 0$ के एक M/M/1 कक्ष प्रणाली में मानें कि $X(t)$ ग्राहकों की संख्या है। प्रक्रिया $X(t)$ एक

1. गति $\lambda - \mu$ का प्वासॉ प्रक्रिया है।
2. जनन गति $\lambda - \mu$ की शुद्ध जनन प्रक्रिया है।
3. जनन गति λ व मरण गति μ की जनन-मरण प्रक्रिया है।
4. जनन गति $\frac{1}{\lambda}$ व मरण गति $\frac{1}{\mu}$ की जनन-मरण प्रक्रिया है।

60. Let $X(t)$ be the number of customers in an M/M/1 queuing system with arrival rate $\lambda > 0$ and service rate $\mu > 0$. The process $X(t)$ is a

1. Poisson process with rate $\lambda - \mu$.
2. pure birth process with birth rate $\lambda - \mu$.
3. birth and death process with birth rate λ and death rate μ .
4. birth and death process with birth rate $\frac{1}{\lambda}$ and death rate $\frac{1}{\mu}$.

भाग Part C

एकक I/Unit I

61. फलन $f(x) = \cos(x-5) + \sin(x-3) + |x+10|^2 - (|x+4|)^2$ पर विचार कीजिए। \mathbb{R} के निम्न बिन्दुओं में कहीं अपकलनीय नहीं है ?

1. $x=5$ 2. $x=3$ 3. $x=-10$ 4. $x=0$

61. Consider the function

$$f(x) = \cos(x-5) + \sin(x-3) + |x+10|^2 - (|x+4|)^2.$$

At which of the following points is f not differentiable?

1. $x=5$ 2. $x=3$ 3. $x=-10$ 4. $x=0$

62. \mathbb{R}^2 के निम्न उपसमुच्चयों में कौन से गुरुत्त हैं ?

1. $\{(x, y) : |x| \leq 1, |y| \geq 2\}$ 2. $\{(x, y) : |x| \leq 1, |y|^2 \geq 2\}$
 3. $\{(x, y) : x^2 + 3y^2 \leq 5\}$ 4. $\{(x, y) : x^2 \leq y^2 + 5\}$

62. Which of the following subsets of \mathbb{R}^2 are compact?

1. $\{(x, y) : |x| \leq 1, |y| \geq 2\}$ 2. $\{(x, y) : |x| \leq 1, |y|^2 \leq 2\}$
 3. $\{(x, y) : x^2 + 3y^2 \leq 5\}$ 4. $\{(x, y) : x^2 \leq y^2 + 5\}$

63. निम्न में कौन से $C = \{f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R} \text{ जो एक सतत फलन है}\}$ में दूरीक हैं ?

1. $d(f, g) = \sup\{|f(x) - g(x)| : x \in [0, 1]\}$.
 2. $d(f, g) = \inf\{|f(x) - g(x)| : x \in [0, 1]\}$.
 3. $d(f, g) = \int_0^1 |f(x) - g(x)| dx$.
 4. $d(f, g) = \sup\{|f(x) - g(x)| : x \in [0, 1]\} + \int_0^1 |f(x) - g(x)| dx$.

63. Which of the following are metrics on $C = \{f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R} \text{ is a continuous function}\}$

1. $d(f, g) = \sup\{|f(x) - g(x)| : x \in [0, 1]\}$

2. $d(f, g) = \inf\{|f(x) - g(x)| : x \in [0, 1]\}$

3. $d(f, g) = \int_0^1 |f(x) - g(x)| dx$

4. $d(f, g) = \sup\{|f(x) - g(x)| : x \in [0, 1]\} + \int_0^1 |f(x) - g(x)| dx$

64. $i, j = 1, 2, 3, \dots$ के लिये मान लिये A_i एक परिमित समुच्चय है जिसमें कम से कम दो अवयव हैं। तो

1. $\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i$ एक गणनीय समुच्चय है।

2. $\bigcup_{i=1}^{\infty} \prod_{j=1}^i A_j$ अगणनीय है।

3. $\prod_{i=1}^{\infty} A_i$ अगणनीय है।

4. $\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i$ अगणनीय है।

64. For each $j = 1, 2, 3, \dots$ let A_j be a finite set containing at least two distinct elements. Then

1. $\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i$ is a countable set.

2. $\bigcup_{i=1}^{\infty} \prod_{j=1}^i A_j$ is uncountable.

3. $\prod_{i=1}^{\infty} A_i$ is uncountable.

4. $\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i$ is uncountable.

65. निम्न क से कौन स/से सही है/हैं ?

1. $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1} \rightarrow e$ जब $n \rightarrow \infty$.

2. $\left(1 + \frac{1}{n+1}\right)^n \rightarrow e$ जब $n \rightarrow \infty$.

3. $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2} \rightarrow e$ जब $n \rightarrow \infty$.

4. $\left(1 + \frac{1}{n^2}\right)^n \rightarrow e$ जब $n \rightarrow \infty$.

65. Which of the following is/are correct?

1. $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1} \rightarrow e$ as $n \rightarrow \infty$.

2. $\left(1 + \frac{1}{n+1}\right)^n \rightarrow e$ as $n \rightarrow \infty$.

3. $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2} \rightarrow e$ as $n \rightarrow \infty$.

4. $\left(1 + \frac{1}{n^2}\right)^n \rightarrow e$ as $n \rightarrow \infty$.

66. निम्न में से कौन सही है/हैं ?

1. $\log \frac{x+y}{2} \leq \frac{\log x + \log y}{2}$ सभी $x, y > 0$ के लिये ।
2. $e^{\frac{x+y}{2}} \leq \frac{e^x + e^y}{2}$ सभी $x, y > 0$ के लिये ।
3. $\sin \frac{x+y}{2} \leq \frac{\sin x + \sin y}{2}$ सभी $x, y > 0$ के लिये ।
4. $\frac{(x+y)^k}{2^k} \leq \max\{x^k, y^k\}$ सभी $x, y > 0$ व सब $k \geq 1$ के लिये ।

66. Which of the following is/are true?

1. $\log \frac{x+y}{2} \leq \frac{\log x + \log y}{2}$ for all $x, y > 0$.
2. $e^{\frac{x+y}{2}} \leq \frac{e^x + e^y}{2}$ for all $x, y > 0$.
3. $\sin \frac{x+y}{2} \leq \frac{\sin x + \sin y}{2}$ for all $x, y > 0$.
4. $\frac{(x+y)^k}{2^k} \leq \max\{x^k, y^k\}$ for all $x, y > 0$ and all $k \geq 1$.

67. $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ एक मेस फलन है, तो कहीं-कहीं सर्वत्र

1. सभी $a \leq c < d \leq b$ के लिए अगर $\int_c^d f(x) dx = 0$ तो $f = 0$ है ।
2. सभी $a \leq c \leq b$ के लिए अगर $\int_a^c f(x) dx = 0$ तो $f = 0$ है ।
3. सभी $a \leq c < d \leq b$ के लिए अगर $\int_c^d f(x) dx = 0$, तो यह आवश्यक नहीं है कि $f = 0$ हो ।
4. सभी $a \leq c \leq b$ के लिये अगर $\int_a^c f(x) dx = 0$ तो यह आवश्यक नहीं है कि $f = 0$ हो ।

67. Let $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ be a measurable function. Then

1. If $\int_c^d f(x) dx = 0$ for all $a \leq c < d \leq b$ then $f = 0$ a.e.
2. If $\int_a^c f(x) dx = 0$ for all $a \leq c \leq b$, then $f = 0$ a.e.

3. If $\int_c^d f(x) dx = 0$ for all $a \leq c < d \leq b$, does not necessarily imply that $f = 0$ a.e.
4. If $\int_a^b f(x) dx = 0$ for all $a \leq c \leq b$ does not necessarily imply that $f = 0$ a.e.

68. \mathbb{R}^n में $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ व $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$, $1 \leq p < \infty$ के लिये मानें कि

$$d_p(x, y) = \left(\sum_{i=1}^n |x_i - y_i|^p \right)^{1/p} \quad \text{व} \quad d_\infty(x, y) = \max\{|x_i - y_i| : i = 1, 2, \dots, n\} \text{ है। मानें कि } B_p =$$

$\{x \in \mathbb{R}^n : d_p(x, 0) < 1\}$, $1 \leq p < \infty$ निम्न में से कौन सा/से सही है/हैं?

1. d_∞ -दूरिक में B_1 विद्युत है। 2. d_∞ -दूरिक में B_2 विद्युत है।
3. d_2 -दूरिक में B_1 विद्युत नहीं है। 4. d_2 -दूरिक में B_2 विद्युत नहीं है।

68. For $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ and $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ in \mathbb{R}^n let $d_p(x, y) = \left(\sum_{i=1}^n |x_i - y_i|^p \right)^{1/p}$ for $1 \leq p < \infty$,

and $d_\infty(x, y) = \max\{|x_i - y_i| : i = 1, 2, \dots, n\}$.

Let $B_p = \{x \in \mathbb{R}^n : d_p(x, 0) < 1\}$, $1 \leq p < \infty$.

Which of the following are correct?

1. B_1 is open in the d_∞ -metric. 2. B_2 is open in the d_∞ -metric.
3. B_1 is not open in the d_2 -metric. 4. B_2 is not open in the d_2 -metric.

69. $f(x, y) = (7x + x^4, 3x + 4y + y^4)$ द्वारा परिभाषित प्रतिबिम्ब $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ पर विचारें। तो

1. $(0, 0)$ पर f अवलगा है।
2. $(0, 0)$ पर f सतत है व $(0, 0)$ पर सभी दिक्-अवकलन के अस्तित्व है।
3. $(0, 0)$ पर f अवकलनीय है परन्तु अवकलन $Df(0, 0)$ व्युत्क्रमणीय नहीं है।
4. $(0, 0)$ पर f अवकलनीय है परन्तु अवकलन $Df(0, 0)$ व्युत्क्रमणीय है।

69. Consider the map $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ defined by

$$f(x, y) = (7x + x^4, 3x + 4y + y^4).$$

Then

1. f is discontinuous at $(0, 0)$.
2. f is continuous at $(0, 0)$ and all directional derivatives exist at $(0, 0)$.
3. f is differentiable at $(0, 0)$ but the derivative $Df(0, 0)$ is not invertible.
4. f is differentiable at $(0, 0)$ and the derivative $Df(0, 0)$ is invertible.

70. $[0, 1]$ पर चलत फलनों की समष्टि $C[0, 1]$ निम्न मानक के विषय में पूर्ण है :

1. $\|f\|_\infty := \sup\{|f(x)| : x \in [0, 1]\}$,

2. $\|f\|_1 := \int_0^1 |f(x)| dx$,

3. $\|f\|_\infty^{0,1} := \|f\|_\infty + |f(1)| + |f(0)|$,

4. $\|f\|_2 = \sqrt{\int_0^1 |f(x)|^2 dx}$.

70. The space $C[0, 1]$ of continuous functions on $[0, 1]$ is complete with respect to the norm

1. $\|f\|_\infty := \sup\{|f(x)| : x \in [0, 1]\}$,

2. $\|f\|_1 := \int_0^1 |f(x)| dx$,

3. $\|f\|_\infty^{0,1} := \|f\|_\infty + |f(1)| + |f(0)|$,

4. $\|f\|_2 = \sqrt{\int_0^1 |f(x)|^2 dx}$.

71. मानें कि $D_{(a,b)}(r) = \{(x, y) : (x-a)^2 + (y-b)^2 < r\}$ । \mathbb{R} के निम्न उपसमुच्चयों में कौन सा/से संबद्ध है/हैं ?

1. $D_{(0,0)}(1) \cup \{(1, 0)\} \cup D_{(2,0)}(1)$

2. $D_{(0,0)}(1) \cup D_{(2,0)}(1)$

3. $D_{(0,0)}(1) \cup \{(1, 0)\} \cup D_{(0,2)}(1)$

4. $D_{(0,0)}(1) \cup D_{(0,2)}(1)$

71. Let $D_{(a,b)}(r) = \{(x, y) : (x-a)^2 + (y-b)^2 < r\}$. Which of the following subsets of \mathbb{R} are connected?

1. $D_{(0,0)}(1) \cup \{(1, 0)\} \cup D_{(2,0)}(1)$

2. $D_{(0,0)}(1) \cup D_{(2,0)}(1)$

3. $D_{(0,0)}(1) \cup \{(1, 0)\} \cup D_{(0,2)}(1)$

4. $D_{(0,0)}(1) \cup D_{(0,2)}(1)$

72. मानें कि $X = \{x \in [0, 1] : x = 1/n, n \in \mathbb{N}\}$ दिया हुआ उपसमष्टि सांस्थितिकी है। तो

1. X संबद्ध है परन्तु सहज नहीं है।

2. X न तो संबद्ध है, न तो सहज।

3. X संबद्ध व सहज है।

4. X सहज है परन्तु संबद्ध नहीं।

72. Let $X = \{x \in [0, 1] : x \neq 1/n, n \in \mathbb{N}\}$ be given the subspace topology. Then

1. X is connected but not compact.
2. X is neither compact nor connected.
3. X is compact and connected.
4. X is compact but not connected.

73. निम्न आव्यूहों में से कौन से अचरमक-निश्चित हैं ?

1. $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$
2. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$
3. $\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$
4. $\begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$

73. Which of the following matrices are positive definite?

1. $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$
2. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$
3. $\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$
4. $\begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$

74. मानें कि n -विमीय अचरमक-निश्चित आव्यूह V में A एक मुख्यतः सदिश रूपान्तरण है। मानें कि अचरमक $V_0 \subset V$, A से अचरमक V का प्रतिबिम्ब है। मानें कि $k = \dim(V_0) < n$ एवं मानें कि कुछ $\lambda \in \mathbb{R}$ के लिये $A^2 = \lambda A$ । तो

1. $\lambda = 1$ ।
2. अचरमक $A = |\lambda|^n$ ।
3. λ , A का एक मात्र अभिलक्षणिक मान है।
4. एक अचरमक अचरमक $V_1 \subset V$ है ताकि सभी $x \in V_1$ के लिये $Ax = 0$ ।

74. Let A be a non-zero linear transformation on a real vector space V of dimension n . Let the subspace $V_0 \subset V$ be the image of V under A . Let $k = \dim V_0 < n$ and suppose that for some $\lambda \in \mathbb{R}$, $A^2 = \lambda A$. Then

1. $\lambda = 1$ ।
2. $\det A = |\lambda|^n$ ।
3. λ is the only eigenvalue of A ।
4. There is a nontrivial subspace $V_1 \subset V$ such that $Ax = 0$ for all $x \in V_1$ ।

75. मानें कि C एक $n \times n$ वास्तविक आव्यूह है। मानें कि W , $\{I, C, C^2, \dots, C^{2n}\}$ द्वारा विसृत एक सदिश समष्टि है। सदिश समष्टि W की विभा है:
1. $2n$
 2. अधिक से अधिक n
 3. n^2
 4. अधिक से अधिक $2n$
75. Let C be a $n \times n$ real matrix. Let W be the vector space spanned by $\{I, C, C^2, \dots, C^{2n}\}$. The dimension of the vector space W is:
1. $2n$
 2. at most n
 3. n^2
 4. at most $2n$
76. मानें कि V_1 व V_2 एक सदिश समष्टि V की उपसमष्टियाँ हैं। निम्न में से कौन आवश्यकतः V की उपसमष्टि है?
1. $V_1 \cap V_2$
 2. $V_1 \cup V_2$
 3. $V_1 + V_2 = \{x + y : x \in V_1, y \in V_2\}$
 4. $V_1 \setminus V_2 = \{x \in V_1 \text{ and } y \in V_2\}$
76. Let V_1, V_2 be subspaces of a vector space V . Which of the following is necessarily a subspace of V ?
1. $V_1 \cap V_2$
 2. $V_1 \cup V_2$
 3. $V_1 + V_2 = \{x + y : x \in V_1, y \in V_2\}$
 4. $V_1 \setminus V_2 = \{x \in V_1 \text{ and } y \in V_2\}$
77. मानें कि N एक 3×3 शून्येतर आव्यूह है जिसका गुण है $N^2 = 0$, निम्न में से कौन सा/से सही है/हैं ?
1. N एक विकर्ण-आव्यूह से समरूप नहीं है।
 2. N एक विकर्ण-आव्यूह से समरूप है।
 3. N का एक शून्येतर अभिलक्षणिक सदिश है।
 4. N के तीन रैखिकी स्वतंत्र अभिलक्षणिक सदिश हैं।
77. Let N be a nonzero 3×3 matrix with the property $N^2 = 0$. Which of the following is/are true?
1. N is not similar to a diagonal matrix.
 2. N is similar to a diagonal matrix.
 3. N has one non-zero eigenvector.
 4. N has three linearly independent eigenvectors.
78. मानें कि $x, y \in \mathbb{C}^n$ । $f(x, y) = \sup_{\theta, \phi \in \mathbb{R}} \left\| e^{i\theta} x + e^{i\phi} y \right\|^2$ पर विचारें। निम्न में से कौन-सा/से सही है/हैं ?
1. $f(x, y) \leq \|x\|^2 + \|y\|^2 + 2\langle x, y \rangle$
 2. $f(x, y) = \|x\|^2 + \|y\|^2 + 2\operatorname{Re}\langle x, y \rangle$
 3. $f(x, y) = \|x\|^2 + \|y\|^2 + 2|\langle x, y \rangle|$
 4. $f(x, y) > \|x\|^2 + \|y\|^2 + 2|\langle x, y \rangle|$
78. Let $x, y \in \mathbb{C}^n$. Consider $f(x, y) = \sup_{\theta, \phi \in \mathbb{R}} \left\| e^{i\theta} x + e^{i\phi} y \right\|^2$. Which of the following is/are true?
1. $f(x, y) \leq \|x\|^2 + \|y\|^2 + 2\langle x, y \rangle$
 2. $f(x, y) = \|x\|^2 + \|y\|^2 + 2\operatorname{Re}\langle x, y \rangle$
 3. $f(x, y) = \|x\|^2 + \|y\|^2 + 2|\langle x, y \rangle|$
 4. $f(x, y) > \|x\|^2 + \|y\|^2 + 2|\langle x, y \rangle|$

78. Let $x, y \in \mathbb{C}$. Consider $f(x, y) = \sup_{\theta, \varphi \in \mathbb{R}} \|e^{i\theta}x + e^{i\varphi}y\|^2$. Which of the following is/are correct?

1. $f(x, y) \leq \|x\|^2 + \|y\|^2 + 2\langle x, y \rangle$ 2. $f(x, y) = \|x\|^2 + \|y\|^2 + 2\operatorname{Re}\langle x, y \rangle$
 3. $f(x, y) = \|x\|^2 + \|y\|^2 - 2\langle x, y \rangle$ 4. $f(x, y) > \|x\|^2 + \|y\|^2 + 2\langle x, y \rangle$

एकक II/Unit II

79. निम्न में से कौन-से समुच्चय $C[0, 1]$ में सघन हैं? (उपरोक्त भागक सांख्यिकी के विषय में $[0, 1]$ पर वास्तविक मूल्यों वाले सतत फलनों की समष्टि।)

1. $\{f \in C[0, 1] : f \text{ एक बहुपद है}\}$ 2. $\{f \in C[0, 1] : f(0) = 0\}$
 3. $\{f \in C[0, 1] : f(0) \neq 0\}$ 4. $\{f \in C[0, 1] : \int_0^1 f(x) dx = 5\}$

79. Which of the following sets are dense in $C[0, 1]$ (the space of real valued continuous functions on $[0, 1]$ with respect to sup-norm topology)?

1. $\{f \in C[0, 1] : f \text{ is a polynomial}\}$ 2. $\{f \in C[0, 1] : f(0) = 0\}$
 3. $\{f \in C[0, 1] : f(0) \neq 0\}$ 4. $\{f \in C[0, 1] : \int_0^1 f(x) dx = 5\}$

80. मान लें $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, $n \geq 1$ के लिए $f\left(\frac{1}{n}\right) = \frac{n}{2n+1}$ का सम्बन्ध करता हुआ एक मेरोमॉर्फिक फलन है जो 0 पर विश्रामक है।

1. $f(0) = 1/2$ 2. $z = -2$ पर f का एक साधारण अन्तक है।
 3. $f(2) = 1/4$ 4. ऐसा कोई मेरोमॉर्फिक फलन का अस्तित्व नहीं है।

80. Let $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ be a meromorphic function analytic at 0 satisfying $f\left(\frac{1}{n}\right) = \frac{n}{2n+1}$ for $n \geq 1$.

Then

1. $f(0) = 1/2$ 2. f has a simple pole at $z = -2$
 3. $f(2) = 1/4$ 4. no such meromorphic function exists

81. मानें कि f एक सर्वत्र वैश्लेषिक फलन है। अगर f का अविकल्पित भाग ≥ 0 , तो

1. f का वास्तविक भाग स्थिर है।
2. f स्थिर है।
3. $f = 0$ ।
4. f' एक शून्यतर स्थिरांक है।

81. Let f be an entire function. If $\text{Im } f \geq 0$, then

1. $\text{Re } f$ is constant
2. f is constant
3. $f = 0$
4. f' is a nonzero constant

82. मानें कि $f: \mathbb{D} \rightarrow \mathbb{D}$, $f(0) = 0$ व $f(1/2) = 0$ के साथ होलमोर्फिक है, जहाँ $\mathbb{D} = \{z: |z| < 1\}$, निम्न में से कौन से कथन सही हैं?

1. $|f'(1/2)| \leq 4/3$
2. $|f'(0)| \leq 1$
3. $|f'(1/2)| \leq 4/3$ and $|f'(0)| \leq 1$
4. $f(z) = z, z \in \mathbb{D}$

82. Let $f: \mathbb{D} \rightarrow \mathbb{D}$ be holomorphic with $f(0) = 0$ and $f(1/2) = 0$, where $\mathbb{D} = \{z: |z| < 1\}$. Which of the following statements are correct?

1. $|f'(1/2)| \leq 4/3$
2. $|f'(0)| \leq 1$
3. $|f'(1/2)| \leq 4/3$ and $|f'(0)| \leq 1$
4. $f(z) = z, z \in \mathbb{D}$

83. $z = x + iy$ रूप के $z \in \mathbb{C}$ के लिये परिभाषित करें:

$$\mathbb{H}^+ = \{z \in \mathbb{C} : y > 0\},$$

$$\mathbb{H}^- = \{z \in \mathbb{C} : y < 0\},$$

$$\mathbb{L}^+ = \{z \in \mathbb{C} : x > 0\},$$

$$\mathbb{L}^- = \{z \in \mathbb{C} : x < 0\}.$$

फलन $f(z) = \frac{2z+1}{5z+3}$

1. \mathbb{H}^+ को \mathbb{H}^- के ऊपर व \mathbb{H}^- को \mathbb{H}^+ के ऊपर प्रतिबिम्बित करता है।
2. \mathbb{H}^+ को \mathbb{H}^- के ऊपर व \mathbb{H}^- को \mathbb{H}^+ के ऊपर प्रतिबिम्बित करता है।
3. \mathbb{H}^+ को \mathbb{L}^+ के ऊपर व \mathbb{H}^- को \mathbb{L}^- के ऊपर प्रतिबिम्बित करता है।
4. \mathbb{H}^+ को \mathbb{L}^- के ऊपर व \mathbb{H}^- को \mathbb{L}^+ के ऊपर प्रतिबिम्बित करता है।

83. For $z \in \mathbb{C}$ of the form $z = x + iy$, define

$$H^+ = \{z \in \mathbb{C} : y > 0\},$$

$$H^- = \{z \in \mathbb{C} : y < 0\},$$

$$L^+ = \{z \in \mathbb{C} : x > 0\},$$

$$L^- = \{z \in \mathbb{C} : x < 0\}.$$

The function $f(z) = \frac{2z+1}{5z+3}$

1. maps H^+ onto H^+ and H^- onto H^- .
2. maps H^+ onto H^- and H^- onto H^+ .
3. maps H^+ onto L^+ and H^- onto L^- .
4. maps H^+ onto L^- and H^- onto L^+ .

84. $z = 0$ पर फलन $f(z) = \exp\left(\frac{z}{1 - \cos z}\right)$ का

1. एक उपनेय विविधता है।
2. एक अंतक है।
3. एक अनियम्य विविधता है।
4. $z = 0$ के आस पास $f(z)$ के लॉरेन्ट विस्तरीकरण के अंततः बहुत धनात्मक व ऋणात्मक घात z के हैं।

84. At $z = 0$, the function $f(z) = \exp\left(\frac{z}{1 - \cos z}\right)$ has

1. a removable singularity.
2. a pole.
3. an essential singularity.
4. the Laurent expansion of $f(z)$ around $z = 0$ has infinitely many positive and negative powers of z .

85. मानें कि $R = \mathbb{Q}[x]/I$ जहाँ $I = (1 + x^2)$ द्वारा जनित एक आदर्श है। मानें कि R में x का महत्सममूल्य y है। तो R पर अत्युत्कृष्टता है

- | | |
|------------------|------------------------|
| 1. $y^2 + 1$ | 2. $y^2 + y + 1$ |
| 3. $y^2 - y + 1$ | 4. $y^3 + y^2 - y + 1$ |

85. Let $R = \mathbb{Q}[x]/I$ where I is the ideal generated by $1 + x^2$. Let y to the coset of x in R . Then

- | | |
|--|--|
| 1. $y^2 + 1$ is irreducible over R | 2. $y^2 + y + 1$ is irreducible over R . |
| 3. $y^2 - y + 1$ is irreducible over R . | 4. $y^3 + y^2 - y + 1$ is irreducible over R . |

86. निम्न में से कौन-सा सही है ?

1. $\sin 7^\circ, \mathbb{Q}$ पर बीजीय है ।
2. $\cos \pi/17, \mathbb{Q}$ पर बीजीय है ।
3. $\sin^{-1} 1, \mathbb{Q}$ पर बीजीय है ।
4. $\sqrt{2} + \sqrt{\pi}, \mathbb{Q}(\pi)$ पर बीजीय है ।

86. Which of the following is true?

1. $\sin 7^\circ$ is algebraic over \mathbb{Q} .
2. $\cos \pi/17$ is algebraic over \mathbb{Q} .
3. $\sin^{-1} 1$ is algebraic over \mathbb{Q} .
4. $\sqrt{2} + \sqrt{\pi}$ is algebraic over $\mathbb{Q}(\pi)$.

87. मानें कि $f(x) = x^3 + x^2 + x + 1$ एवं $g(x) = x^2 + 1$ । तो $\mathbb{Q}[x]$ में

1. महत्तम आम भाजक $(f(x), g(x)) = x + 1$ ।
2. महत्तम आम भाजक $(f(x), g(x)) = x^2 - 1$ ।
3. लघुत्तम समापवर्त्य $(f(x), g(x)) = x^3 + x^2 + x^2 + 1$ ।
4. लघुत्तम समापवर्त्य $(f(x), g(x)) = x^3 + x^2 + x^2 + x^2 + 1$ ।

87. Let $f(x) = x^3 + x^2 + x + 1$ and $g(x) = x^2 + 1$. Then in $\mathbb{Q}[x]$,

1. g.c.d. $(f(x), g(x)) = x + 1$.
2. g.c.d. $(f(x), g(x)) = x^2 - 1$.
3. l.c.m. $(f(x), g(x)) = x^3 + x^2 + x^2 + 1$.
4. l.c.m. $(f(x), g(x)) = x^3 + x^2 + x^2 + x^2 + 1$.

88. कोटि 36 के कोई समूह G व उसके उपसमूह H जो G कोटि 4 के लिये

1. $H \subset Z(G)$.
2. $H = Z(G)$.
3. G में H प्रसामान्य है ।
4. H एक अबेली समूह है ।

88. For any group G of order 36 and any subgroup H of G order 4,

1. $H \subset Z(G)$.
2. $H = Z(G)$.
3. H is normal in G .
4. H is an abelian group.

89. मानें कि G समूह $S_4 \times S_4$ का निर्दिष्ट करता है । तो

1. G का 2-सैलो उपसमूह प्रसामान्य है ।
2. G का 3-सैलो उपसमूह प्रसामान्य है ।
3. G का एक अनुच्छ प्रसामान्य उपसमूह है ।
4. G का एक प्रसामान्य उपसमूह कोटि 72 का है ।

89. Let G denote the group $S_4 \times S_3$. Then

1. a 2-Sylow subgroup of G is normal.
2. a 3-Sylow subgroup of G is normal.
3. G has a nontrivial normal subgroup.
4. G has a normal subgroup of order 72.

90. मानें कि X एक प्रसामान्य हाउसडॉर्फ स्पेस है। मानें कि A_1, A_2, A_3, X के संयुक्त उपसमूह हैं जो युग्मतः असंयुक्त हैं। तो X पर एक संतत वास्तविक मूल्यवाली फलन f हमेशा रहता है ताकि $f(x) = a_i$ यदि $x \in A_i, i = 1, 2, 3$.

1. हर a_i या तो 0 या 1 होने पर ही।
2. कम से कम a_1, a_2, a_3 में कोई भी दो संख्याओं को समान होने पर ही।
3. a_1, a_2, a_3 के सभी वास्तविक मूल्यों के लिये।
4. तभी जब समुच्चयों A_1, A_2 एवं A_3 में से एक रिक्त हो।

90. Let X be a normal Hausdorff space. Let A_1, A_2, A_3 be closed subsets of X which are pairwise disjoint. Then there always exists a continuous real valued function f on X such that $f(x) = a_i$ if $x \in A_i, i = 1, 2, 3$.

1. iff each a_i is either 0 or 1.
2. iff at least two of the numbers a_1, a_2, a_3 are equal.
3. for all real values of a_1, a_2, a_3 .
4. only if one among the sets A_1, A_2 and A_3 is empty.

एकक III/Unit III

91. साधारण अचकल प्रारंभिकरण प्रणाली $\frac{d}{dx}Y = AY, Y(0) = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$, पर विचार करें जहाँ $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ एवं

$$Y = \begin{bmatrix} y_1(x) \\ y_2(x) \end{bmatrix} (n)$$

1. $y_1(x) \rightarrow \infty$ एवं $y_2(x) \rightarrow 0$ जब $x \rightarrow \infty$.
2. $y_1(x) \rightarrow 0$ एवं $y_2(x) \rightarrow 0$ जब $x \rightarrow \infty$.
3. $y_1(x) \rightarrow \infty$ एवं $y_2(x) \rightarrow -\infty$ जब $x \rightarrow -\infty$.
4. $y_1(x), y_2(x) \rightarrow -\infty$ जब $x \rightarrow -\infty$.

91. Consider the system of ODE:

$$\frac{d}{dx}Y = AY, Y(0) = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

where $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ and $Y = \begin{bmatrix} y_1(x) \\ y_2(x) \end{bmatrix}$. Then

1. $y_1(x) \rightarrow \infty$ and $y_2(x) \rightarrow 0$ as $x \rightarrow \infty$.
2. $y_1(x) \rightarrow 0$ and $y_2(x) \rightarrow 0$ as $x \rightarrow \infty$.

3. $y_1(x) \rightarrow \infty$ and $y_2(x) \rightarrow -\infty$ as $x \rightarrow -\infty$.
 4. $y_1(x), y_2(x) \rightarrow -\infty$ as $x \rightarrow -\infty$.

92. परिधीय मान समस्या $y'' + \lambda y = 0; y(0) = 0, y(1) = 0$, के लिये ऐसा एक अभिलक्षणिक मान λ का अस्तित्व है जिसके $(0, 1)$ में एक अभिलक्षणिक फलन संगत है, जो

1. शिरो नहीं बदलता ।
 2. शिरो बदलता है ।
 3. ऋणात्मक है ।
 4. ऋणात्मक है ।

92. For the boundary value problem

$$y'' + \lambda y = 0; y(0) = 0, y(1) = 0,$$

there exists an eigenvalue λ for which there corresponds an eigenfunction in $(0, 1)$ that

1. does not change sign.
 2. changes sign.
 3. is positive.
 4. is negative.

93. परिधीय मान समस्या $\frac{d^2 y}{dx^2} + y = \operatorname{cosec} x; 0 < x < \frac{\pi}{2}, y(0) = 0, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ का हल है

1. अवमुख 2. उन्मुख 3. ऋणात्मक 4. धनात्मक

93. The solution of the boundary value problem $\frac{d^2 y}{dx^2} + y = \operatorname{cosec} x; 0 < x < \frac{\pi}{2}$

$$y(0) = 0, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \text{ is}$$

1. convex 2. concave 3. negative 4. positive

94. कौरी समस्या $\left. \begin{aligned} xu_x + yu_y &= 0 \\ u(x, y) &= x, \quad x^2 + y^2 = 1 \text{ के ऊपर} \end{aligned} \right\} \text{ का}$

1. सभी $x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}$ के लिये एक हल है ।
 2. $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x, y) \neq (0, 0)\}$ पर एक अलग हल है ।
 3. $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x, y) \neq (0, 0)\}$ पर एक परिवर्त हल है ।
 4. $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x, y) \neq (0, 0)\}$ पर एक अलग हल है परन्तु हल अपरिवर्त है ।

94. The Cauchy problem

$$\left. \begin{aligned} xu_x + yu_y &= 0 \\ u(x, y) &= x, \quad \text{on } x^2 + y^2 = 1 \end{aligned} \right\}$$

has

1. a solution for all $x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}$.
2. an unique solution in $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x, y) \neq (0, 0)\}$
3. a bounded solution in $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x, y) \neq (0, 0)\}$
4. an unique solution in $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x, y) \neq (0, 0)\}$, but the solution is unbounded.

95. मानें कि u ऊष्म समीकरण

$$\left. \begin{aligned} u_t - u_{xx} &= 0, & 0 < x < \pi \text{ and } t > 0 \\ u(0, t) = u(\pi, t) &= 0, & t > 0 \\ u(x, 0) &= \sin x + \sin 2x, & 0 \leq x \leq \pi \end{aligned} \right\}$$

का एक हल है। तो

1. सभी $x \in (0, \pi)$ के लिये $u(x, t) \rightarrow 0$ जब $t \rightarrow \infty$
2. सभी $x \in (0, \pi)$ के लिये $t^2 u(x, t) \rightarrow 0$ जब $t \rightarrow \infty$
3. $x \in (0, \pi), t > 0$ के लिये $e^t u(x, t)$ एक परिवर्द्ध फलन है।
4. सभी $x \in (0, \pi)$ के लिये $e^{2t} u(x, t) \rightarrow 0$ जब $t \rightarrow \infty$

95. Let u be a solution of the heat equation

$$\left. \begin{aligned} u_t - u_{xx} &= 0, & 0 < x < \pi \text{ and } t > 0 \\ u(0, t) = u(\pi, t) &= 0, & t > 0 \\ u(x, 0) &= \sin x + \sin 2x, & 0 \leq x \leq \pi \end{aligned} \right\}$$

Then

1. $u(x, t) \rightarrow 0$ as $t \rightarrow \infty$ for all $x \in (0, \pi)$.
2. $t^2 u(x, t) \rightarrow 0$ as $t \rightarrow \infty$ for all $x \in (0, \pi)$.
3. $e^t u(x, t)$ is a bounded function for $x \in (0, \pi), t > 0$.
4. $e^{2t} u(x, t) \rightarrow 0$ as $t \rightarrow \infty$ for all $x \in (0, \pi)$.

96. मानें कि u परिलोका मान समस्या

$$\left. \begin{aligned} u'' + \frac{1}{t} u' &= f(t), & t \in (0, 1) \\ u'(0) = a, u(1) &= b \end{aligned} \right\}$$

का हल है $(x^2 + y^2 \leq 1)$ के लिये परिभाषित करें कि $v(x, y) = u(\sqrt{x^2 + y^2})$ एवं $g(x, y) = f(\sqrt{x^2 + y^2})$, तो v आंशिक अवकल समीकरण

$$\left. \begin{aligned} v_{xx} + v_{yy} &= g & \{(x, y) : x^2 + y^2 < 1\} \\ v(x, y) &= 0 & \{(x, y) : x^2 + y^2 = 1\} \end{aligned} \right\} \text{ पर}$$

का हल तब होगा यदि

- | | |
|----------------------|----------------------|
| 1. $a > 0$ व $b > 0$ | 2. $a > 0$ व $b = 0$ |
| 3. $a = 0$ व $b = 0$ | 4. $a < 0$ व $b = 0$ |

96. Let u be a solution of the boundary value problem

$$\left. \begin{aligned} u'' + \frac{1}{t}u' &= f(t), \quad t \in (0, 1) \\ u'(0) &= a, \quad u(1) = b \end{aligned} \right\}$$

Define for $x^2 + y^2 \leq 1$, $v(x, y) = u(\sqrt{x^2 + y^2})$ and $g(x, y) = f(\sqrt{x^2 + y^2})$, then v is a solution of the PDE

$$\left. \begin{aligned} v_{xx} + v_{yy} &= g \quad \text{in } \{(x, y) : x^2 + y^2 < 1\} \\ v(x, y) &= 0 \quad \text{on } \{(x, y) : x^2 + y^2 = 1\} \end{aligned} \right\} \text{ if}$$

- | | |
|------------------------|------------------------|
| 1. $a > 0$ and $b > 0$ | 2. $a > 0$ and $b = 0$ |
| 3. $a = 0$ and $b = 0$ | 4. $a < 0$ and $b = 0$ |

97. गलत दिया हुआ है कि एक सखी त्रिभुज आकृति (UTM) व्युत्क्रमणीय तभी है जब उसके सभी विकर्णों अलग-अलग शून्य से भिन्न हैं। निम्न वैश्लेषिक प्रणाली पर विचारें।

$$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 - x_3 &= 5 \\ 4x_1 + 4x_2 - 3x_3 &= 3 \\ -2x_1 - 3x_2 - x_3 &= 1 \end{aligned} \quad (1)$$

तो प्रणाली (1)

- एक UTM में रूपांतरित की जा सकती है, परन्तु वह व्युत्क्रमणीय नहीं है क्योंकि उसके विकर्णों अभिधियों शून्य से भिन्न नहीं हैं।
- व्युत्क्रमणीय है हालांकि UTM में रूपांतरित की नहीं जा सकती।

3. UTM में स्तम्भकारिता की वह सजाती है क्योंकि सभी उपरि त्रिकोणीय प्रविष्टियाँ शून्य से भिन्न हैं।
 4. UTM में स्तम्भकारिता की यह सजाती है जब UTM का हल (1) का भी हल है।

97. Given that an upper triangular matrix (UTM) is invertible if and only if all its diagonal elements are different from zero, consider the linear system:

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 5 \\ 4x_1 + 6x_2 - 3x_3 = 3 \\ x_1 + 3x_3 = 1 \end{cases} \quad (1)$$

Then system (1)

1. can be transformed into an UTM but is not invertible because the diagonal entries of the UTM are not different from zero.
 2. is invertible though cannot be transformed into an UTM.
 3. can be transformed into an UTM because above diagonal entries are all different from zero.
 4. can be transformed into an UTM and the solution of the UTM is the solution of (1).
98. माना $f(x) = x^2 - x - 2 = 0$, $g(x)$ के माप में विकल्प हैं जहाँ कि $x = g(x)$ जहाँ $g(x)$ का कोई भी विकल्प विकल्प (1) का हल है। $g(x)$ के संभाव्य विकल्प हैं

1. $g(x) = x - \frac{x^2 - x - 2}{m}$, $m \in [-a, a]$ एक संभाव्य विकल्प है जहाँ a एक धनात्मक स्थिरांक है।
 2. $g(x) = x^2 - 2$, $g(x) = 1 + \frac{2}{x}$ संभाव्य विकल्प हैं।
 3. $g(x) = x - \frac{x^2 - x - 2}{K}$, $K \neq 0$, $K \in \mathbb{R}$ एक संभाव्य विकल्प है।
 4. $g(x) = x^2 - 2$, $g(x) = 1 - \frac{2}{x}$ एक मात्र संभाव्य विकल्प है।

98. Consider the function

$$f(x) = x^2 - x - 2 = 0 \quad (1)$$

Let $x = g(x)$, so that any fixed point of $g(x)$ is a solution of (1). Then

1. $g(x) = x - \frac{x^2 - x - 2}{m}$, $m \in [-a, a]$ is a possible choice where a is positive constant.
 2. $g(x) = x^2 - 2$, $g(x) = 1 + \frac{2}{x}$ are possible choices.
 3. $g(x) = x - \frac{x^2 - x - 2}{K}$, $K \neq 0$, $K \in \mathbb{R}$ is a possible choice.
 4. $g(x) = x^2 - 2$, $g(x) = 1 - \frac{2}{x}$ are the only possible choices.

99. समाकल समीकरण $\phi(x) = \lambda \int_0^{\pi} K(x, \zeta) \phi(\zeta) d\zeta$

जहाँ λ एक प्राचल है,

$$\text{एवं } K(x, \zeta) = \begin{cases} \cos x \sin \zeta, & \text{for } 0 \leq x < \zeta \\ \cos \zeta \sin x, & \text{for } \zeta \leq x \leq \pi \end{cases}$$

है, एक परिसीमा मान समस्या $\phi''(x) - f(\lambda) \phi(x) = 0$, $\phi(\pi) = 0$, $\phi(0) = 0$ की ओर ले जाता है जहाँ $f(\lambda)$ ज्ञात है। तो इस परिसीमा मान समस्या का

1. जब $f(\lambda) = 0$, एक अनन्य हल है।
2. जब $f(\lambda) > 0$, अनात लघ्या के हल हैं।
3. जब $f(\lambda) < 0$, कोई हल नहीं।
4. जब $\lambda > 1$, एक अनन्य हल है।

99. The integral equation

$$\phi(x) = \lambda \int_0^{\pi} K(x, \zeta) \phi(\zeta) d\zeta$$

where λ is a parameter, and $K(x, \zeta) = \begin{cases} \cos x \sin \zeta, & \text{for } 0 \leq x < \zeta \\ \cos \zeta \sin x, & \text{for } \zeta \leq x \leq \pi \end{cases}$

leads to a boundary value problem $\phi''(x) - f(\lambda) \phi(x) = 0$, $\phi(\pi) = 0$, $\phi(0) = 0$, where $f(\lambda)$ is known. Then the boundary value problem has

1. a unique solution when $f(\lambda) = 0$.
2. infinite number of solutions when $f(\lambda) > 0$.
3. no solution when $f(\lambda) < 0$.
4. a unique solution when $\lambda > 1$.

100. कल्पित $I(z(x, y)) = \iint_D \left[\left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)^2 - 2z \right] dx dy$ जहाँ D एक चौक है, जिसकी परिसीमा $x = 1$

$\leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1$, एवं $z = 0$ है, के वरतमानगीकरण की समस्या का सन्निकटित हल $z = z_0(x, y)$ इस रूप में है

1. $z_0 = \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i \phi_i(x, y)$, जहाँ α_i स्थिरांक हैं एवं D पर कल्पित ϕ_i एकघाता: स्वतंत्र हैं।
2. $z_0 = \alpha_1 \phi_1(x, y) + \alpha_2 \phi_2(x, y)$, जहाँ α_1 एवं α_2 स्थिरांक हैं एवं ϕ_1 न ϕ_2 के संतत आंशिक अपरलख होते हैं।
3. $z_0 = \alpha \phi(x, y)$ जहाँ α स्थिरांक है एवं D पर ϕ संतत है।
4. $z_0 = (x^2 - 1)(y^2 - 1)/16$.

100. An approximate solution $z = z_0(x, y)$ to the problem of extremizing the functional

$$J(z(x, y)) = \iint_D \left[\left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)^2 - 2z \right] dx dy,$$

where D is the square, $-1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1$, and $z = 0$ on the boundary of the square, is of the form

1 $z_0 = \sum_{i=1}^n \alpha_i \phi_i(x, y)$, where α_i are constants and functions ϕ_i are linearly independent

in D .

2 $z_0 = \alpha_1 \phi_1(x, y) + \alpha_2 \phi_2(x, y)$ where α_1 and α_2 are constants, and ϕ_1 and ϕ_2 have continuous partial derivatives.

3 $z_0 = \alpha \phi(x, y)$ where α is a constant and ϕ is continuous in D .

4 $z_0 = (x^2 - 1)(y^2 - 1)/16$.

101. कौन से कौन-सा/से सही है/हैं ?

1. हैमिल्टन नियम डिराकल सिद्धांत का अनुवर्ती है ।
2. जब एक व्यापकीय निर्देशांक के अवकल के बीच के संबंध दिया नहीं जात, हैमिल्टन नियम जैनामिक प्रणाली के लिये लागू नहीं होता ।
3. हैमिल्टन नियम व्यापकी समीकरणों का अनुवर्ती है ।
4. न्यूटन का द्वितीय नियम हैमिल्टन नियम का अनुवर्ती है ।

101. Which of the following is/are correct?

1. Hamilton's principle follows from the D'Alembert's principle.
2. Hamilton's principle is not usually applicable to nonholonomic system, unless a relation connecting the differentials of generalized coordinates is given.
3. Hamilton's principle follows from Lagrange's equations.
4. Newton's second law of motion follows from the Hamilton's principle.

102. कौन से कौन-सा/से सही है/हैं ?

1. व्यापकी समीकरणों द्वितीय कोणी के अवकल समीकरणों है ।
2. समीकरणों की कुल संख्या व्यापकीय निर्देशांकों की संख्या के समान है ।
3. व्यापकी लाग्रान्ज फंक्शन का में अवकल नहीं है, परन्तु व्यापकी गति समीकरणों के रूप का प्रतिफल होता है ।
4. जब व्यापकी उपस्थित है, व्यापकी फंक्शन व्यापकीय गति का एक द्वितीय फंक्शन है ।

102. Let L denote the Lagrangian of a system. Then the

1. Lagrange's equations are second order differential equations.
2. Total number of equations is equal to the number of generalized coordinates.
3. Lagrangian L is not unique in its functional form, but the form of the Lagrange's equation of motion can be preserved.
4. Lagrangian function is a quadratic function of generalized velocity when the potential exists.

एकक / Unit IV

103. मान कि $F(x, y)$, $G(x)$ एवं $H(y)$ क्रमशः (X, Y) का संयुक्त संघटी बंटन फलन, X का उपात संघटी बंटन फलन, एवं Y का उपात संघटी बंटन फलन है। परिभाषित करें कि

$$U = \begin{cases} 1 & \text{यदि } X \leq a \\ -1 & \text{यदि } X > a \end{cases} \quad \text{एवं} \quad V = \begin{cases} 1 & \text{यदि } Y \leq b \\ -1 & \text{यदि } Y > b \end{cases}$$

जहाँ a व b नियत वास्तविक अंक हैं। तो

1. अगर सहप्रसरण $(U, V) = 0$ तो सभी x व y के लिये $F(x, y) = G(x)H(y)$
2. अगर सभी x व y के लिये $F(x, y) = G(x)H(y)$ तो सहप्रसरण $(U, V) = 0$
3. अगर U व V स्वतंत्र हैं तो X व Y स्वतंत्र हैं।
4. अगर X व Y स्वतंत्र हैं तो U व V स्वतंत्र हैं।

103. Let $F(x, y)$, $G(x)$ and $H(y)$ be the joint c.d.f. of (X, Y) , marginal c.d.f. of X and marginal c.d.f. of Y respectively. Define

$$U = \begin{cases} 1 & \text{if } X \leq a \\ -1 & \text{if } X > a \end{cases} \quad \text{and} \quad V = \begin{cases} 1 & \text{if } Y \leq b \\ -1 & \text{if } Y > b \end{cases}$$

where a and b are fixed real numbers. Then

1. If $\text{Cov}(U, V) = 0$ then $F(x, y) = G(x)H(y)$ for all x and y .
2. If $F(x, y) = G(x)H(y)$ for all x and y then $\text{Cov}(U, V) = 0$.
3. If U and V are independent then X and Y are independent.
4. If X and Y are independent then U and V are independent.

104. निम्न में से कौन से प्रतिबंध यादृच्छिक चर X व Y की स्वतंत्रता की ओर संकेत करते हैं ?

1. सभी $a \in \mathbb{R}$ के लिये $P(X > a | Y > a) = P(X > a)$
2. सभी $a, b \in \mathbb{R}$ के लिये $P(X > a | Y < b) = P(X > a)$
3. X व Y सहसंबंधित नहीं हैं।
4. सभी $a, b \in \mathbb{R}$ के लिये $E[(X - a)(Y - b)] = E(X - a)E(Y - b)$

104. Which of the following conditions imply independence of the random variables X and Y ?

1. $P(X > a | Y > a) = P(X > a)$ for all $a \in \mathbb{R}$.
2. $P(X > a | Y < b) = P(X > a)$ for all $a, b \in \mathbb{R}$.

3. X and Y are uncorrelated.
4. $E\{(X - a)(Y - b)\} = E(X - a) E(Y - b)$ for all $a, b \in \mathbb{R}$.

105. अवस्था समष्टि $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ पर एक सन्नत प्रक्रिया P जो नीचे दिया गया है, वाले एक सर्वांग भ्रमण पर विचार करें

$$P = \begin{pmatrix} 0.1 & 0 & 0.2 & 0.7 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.7 & 0 & 0.1 & 0.2 & 0 \\ 0.2 & 0 & 0.7 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0.5 \end{pmatrix}$$

मानें कि $p_{ij}^{(n)}$, P^n का (i, j) अवयव है। तो

1. $\sum_{j=1}^5 \lim_{n \rightarrow \infty} p_{ij}^{(n)} = 1$.
2. सर्वांग भ्रमण में लिमिट $(0.25, 0.25, 0.25, 0.25, 0)$ एक स्थान वेट है।
3. $\sum_{n=2}^{\infty} p_{55}^{(n)} < \infty$.
4. $\lim_{n \rightarrow \infty} p_{11}^{(n)} = 1/3$.

105. Consider a Markov chain with state space $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ and stationary transition probability matrix P given by

$$P = \begin{pmatrix} 0.1 & 0 & 0.2 & 0.7 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.7 & 0 & 0.1 & 0.2 & 0 \\ 0.2 & 0 & 0.7 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0.5 \end{pmatrix}$$

Let $p_{ij}^{(n)}$ be the (i, j) th element of P^n

Then

1. $\sum_{j=1}^5 \lim_{n \rightarrow \infty} p_{ij}^{(n)} = 1$.
2. $(0.25, 0.25, 0.25, 0.25, 0)$ is a stationary distribution for the Markov chain.

$$3. \quad \sum_{n=1}^{\infty} p_{23}^{(n)} < \infty.$$

$$4. \quad \lim_{c \rightarrow \infty} p_{13}^{(n)} = 1/3.$$

106. $x \in \mathbb{R}$ के लिये मानें कि $g(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2}$ एवं \mathbb{R} पर u एक इस प्रकार का फलन फलन है।

(i) सभी $x \in \mathbb{R}$ एवं शून्यतर u के लिये $u(-x) = -u(x)$

(ii) $x \notin (-1, 1)$ के लिये $u(x) = 0$

(iii) सभी $x \in \mathbb{R}$ के लिये $|u(x)| \leq \frac{1}{2\sqrt{2\pi}e}$

मानें कि सभी $x \in \mathbb{R}$ के लिये $f(x) = g(x) + u(x)$, तो

1. f अणालोक मूल्य ले सकता है।
2. सभी x के लिये $f(x) > 0$ एवं f अणालोकणीय है।
3. \mathbb{R} पर f एक प्रायिकता घनत्व फलन है।
4. f एक सम्भवात्मक फलन है।

106. Let $g(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2}$ for $x \in \mathbb{R}$ and u be a continuous function on \mathbb{R} such that

(i) $u(-x) = -u(x)$, for all $x \in \mathbb{R}$, and u non-zero

(ii) $u(x) = 0$ for $x \notin (-1, 1)$.

(iii) $|u(x)| \leq \frac{1}{2\sqrt{2\pi}e}$, for all $x \in \mathbb{R}$.

Let $f(x) = g(x) + u(x)$, for all $x \in \mathbb{R}$. Then

1. f can take negative values.
2. $f(x) > 0$ for all x and f is not integrable.
3. f is a probability density function on \mathbb{R} .
4. f is an integrable function.

107. मानें कि X_1, X_2, \dots स्वतंत्र गणुतिक चर हैं जहाँ $X_n \sim N(0, n)$ ($n = 1, 2, \dots$) के श्रेणी में एकसमानतः बंटित हैं। मानें कि $N = 1, 2, \dots$ के लिये $S_N = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=1}^N \frac{X_n}{n}$ एवं S_N का वंटन फलन F_N है। तथा मानें कि कि एक मानक अणालोक्य गणुतिक चर के वंटन फलन को निर्दिष्ट करता है। निम्न में से सही-सा/से सही हैं/हैं ?

1. $\lim_{N \rightarrow \infty} F_N(0) \leq \Phi(0)$ 2. $\lim_{N \rightarrow \infty} F_N(0) \geq \Phi(0)$
 3. $\lim_{N \rightarrow \infty} F_N(1) \leq \Phi(1)$ 4. $\lim_{N \rightarrow \infty} F_N(1) \geq \Phi(1)$

107. Let X_1, X_2, \dots be independent random variables with X_n being uniformly distributed between $-n$ and $3n, n = 1, 2, \dots$

Let $S_N = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=1}^N \frac{X_n}{n}$ for $N = 1, 2, \dots$ and let F_N be the distribution function of S_N . Also let Φ denote the distribution function of a standard normal random variable. Which of the following is/are true?

1. $\lim_{N \rightarrow \infty} F_N(0) \leq \Phi(0)$ 2. $\lim_{N \rightarrow \infty} F_N(0) \geq \Phi(0)$
 3. $\lim_{N \rightarrow \infty} F_N(1) \leq \Phi(1)$ 4. $\lim_{N \rightarrow \infty} F_N(1) \geq \Phi(1)$

108. मानें कि X_1 व X_2 स्वतंत्र हैं एवं उनके घनत्व क्रमशः $f_1(x) = \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta}, x > 0$ व $f_2(x) = \frac{2}{\theta} e^{-2x/\theta}, x > 0$ हैं। तब

1. $X_1 + X_2, \theta$ के लिये पर्याप्त है। 2. $X_1 + 2X_2, \theta$ के लिये पर्याप्त है।
 3. $X_1 + 2X_2, \theta$ के लिये पूर्ण है। 4. $\frac{1}{2}(X_1 + 2X_2), \theta$ के लिये अनपेक्षित है।

108. Suppose X_1 has density $f_1(x) = \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta}, x > 0$ and X_2 has density $f_2(x) = \frac{2}{\theta} e^{-2x/\theta}, x > 0$ and X_1, X_2 are independent. Then

1. $X_1 + X_2$ is sufficient for θ . 2. $X_1 + 2X_2$ is sufficient for θ .
 3. $X_1 + 2X_2$ is complete for θ . 4. $\frac{1}{2}(X_1 + 2X_2)$ is unbiased for θ .

109. मानें कि हमारे पास $n (\geq 2)$ एकसमानता समतल रूप से बँटित प्रेरण X_1, X_2, \dots, X_n हैं। हर एक, एक $N(\mu, \sigma^2)$ बँटन के साथ जहाँ $-\infty < \mu < \infty$ एवं $0 < \sigma^2 < \infty$ दोनों अज्ञात हैं। तब

1. σ^2 का अधिकतम सम्भावित आकलन σ^2 का अनपेक्षित आकलन है।
 2. σ^2 का एकसमानता मूलतः प्रसारण अनपेक्षित आकलन को σ^2 का अधिकतम सम्भावित आकलन को तुलना में कम बर्त साथ सुट्टे होती है।
 3. σ^2 का अधिकतम सम्भावित आकलन एवं एकसमानता मूलतः प्रसारण आकलन दोनों उभरामी समत आकलन हैं।
 4. σ^2 के किसी भी अनपेक्षित आकलन के लिये σ^2 का एक दूसरा आकलन है जिसकी वर्ग मापन सुट्टे कम है।

109. Suppose that we have $n (\geq 2)$ i.i.d. observations X_1, X_2, \dots, X_n each with a common $N(\mu, \sigma^2)$ distribution, where $-\infty < \mu < \infty$ and $0 < \sigma^2 < \infty$ are both unknown. Then

1. the maximum likelihood estimate of σ^2 is an unbiased estimate for σ^2 .
2. the uniformly minimum variance unbiased estimate of σ^2 has smaller mean squared error than the maximum likelihood estimate of σ^2 .
3. both the maximum likelihood estimate and the uniformly minimum variance estimate of σ^2 are asymptotically consistent estimates
4. for any unbiased estimate of σ^2 , there is another estimate of σ^2 with a smaller mean squared error.

110. मानें कि X_1, X_2, \dots, X_n अंतराल $[\theta - 1/2, \theta + 1/2]$ में एक एकसमान बंटन से प्रेरण हैं, जहाँ $-\infty < \theta < \infty$ एक अज्ञात प्राचल है। तो

1. प्रतिदर्श माध्य θ का अनभिनत आकलन है।
2. प्रतिदर्श मध्यिका θ का अनभिनत आकलन है।
3. प्रतिदर्श माध्य θ का एकसमानतः न्यूनतम प्रसरण अनभिनत आकलन नहीं है।
4. प्रतिदर्श मध्यिका θ का एकसमानतः न्यूनतम प्रसरण अनभिनत आकलन नहीं है।

110. Let X_1, X_2, \dots, X_n be i.i.d. observations from a uniform distribution on the interval $[\theta - 1/2, \theta + 1/2]$ where $-\infty < \theta < \infty$ is an unknown parameter. Then the

1. sample mean is an unbiased estimate for θ .
2. sample median is an unbiased estimate for θ .
3. sample mean is not the uniformly minimum variance unbiased estimate for θ .
4. sample median is not the uniformly minimum variance unbiased estimate for θ .

111. मानें कि X का घनत्व है $f(x; \lambda) = \lambda e^{-\lambda x}, x > 0$, जहाँ $\lambda > 0$ अज्ञात है। जब $k < X \leq k+1, k = 0, 1, 2, \dots$ है, X की द्विविक्रीकरण से $Y = k$ मिलता है। Y से बंटन से Y_1, Y_2, \dots, Y_n एक यादृच्छिक प्रतिदर्श प्राप्त होता है। मानें कि $\bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i$, तो λ का आधुनिक विधि आकलक $\hat{\lambda}$ है:

1. $\hat{\lambda} = \frac{1}{\bar{Y}}$
2. $\hat{\lambda} = \frac{1}{\bar{Y}} + 1$
3. $\hat{\lambda} = \ln\left(1 + \frac{1}{\bar{Y}}\right)$
4. अधिकतम संभावित आकलक के समान।

111. Suppose X has density $f(x; \lambda) = \lambda e^{-\lambda x}, x > 0$, where $\lambda > 0$ is unknown. X is discretized to give $Y = k$ if $k < X \leq k+1, k = 0, 1, 2, \dots$. A random sample Y_1, Y_2, \dots, Y_n is available from the distribution of Y . Let $\bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i$. Then the method of moments estimator $\hat{\lambda}$ of λ

is

1. $\hat{\lambda} = \frac{1}{\bar{Y}}$ 2. $\hat{\lambda} = \frac{1}{\bar{Y}} + 1$
 3. $\hat{\lambda} = \ln\left(1 + \frac{1}{\bar{Y}}\right)$ 4. the same as the maximum likelihood estimator

112. सभी प्रासंगिक x के लिये θ के आसपास सममित, अर्थात् $f(x - \theta) = f(\theta - x)$, एक संतत प्रादिकता घनत्व फलन f से निकाले गये एकसमानता स्वतंत्र रूप से लिये देखने हैं X_1, X_2, \dots, X_n । परीक्षण $H_0: \theta = 0$ वरतन

$H_A: \theta > 0$ के लिए परीक्षण प्रादिकरण $S_n = \sum_{i=1}^n \text{sign}(X_i)$, जहाँ

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1, & \text{अदि } x > 0 \\ 0, & \text{अदि } x = 0 \text{ पर निर्धारित } \\ -1, & \text{अदि } x < 0 \end{cases}$$

मान कि z_α मानक प्रसामान्य वंटन का ऊपरी $100(1 - \alpha)$ वाँ सततमक है, जहाँ $0 < \alpha < 1$ । तो निम्न में से कौन सा/स सही है/हैं ?

1. अदि $\theta = 0$, तो $\lim_{n \rightarrow \infty} P\{S_n > \sqrt{n}z_\alpha\} = 1$
 2. अदि $\theta = 0$, तो $\lim_{n \rightarrow \infty} P\{S_n > \sqrt{n}z_\alpha\} = \alpha$
 3. अदि $\theta > 0$, तो $\lim_{n \rightarrow \infty} P\{S_n > \sqrt{n}z_\alpha\} = 1$
 4. अदि $\theta > 0$, तो $\lim_{n \rightarrow \infty} P\{S_n > \sqrt{n}z_\alpha\} = \alpha$

112. Let X_1, X_2, \dots, X_n be i.i.d. observations from a distribution with continuous probability density function f which is symmetric around θ i.e. $f(x - \theta) = f(\theta - x)$ for all real x .

Consider the test $H_0: \theta = 0$ vs $H_A: \theta > 0$ and the sign test statistic $S_n = \sum_{i=1}^n \text{sign}(X_i)$ where

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1, & \text{if } x > 0 \\ 0, & \text{if } x = 0 \\ -1, & \text{if } x < 0 \end{cases}$$

Let z_α be the upper $100(1 - \alpha)$ th percentile of the standard normal distribution where $0 < \alpha < 1$. Which of the following is/are correct?

1. If $\theta = 0$, then $\lim_{n \rightarrow \infty} P\{S_n > \sqrt{n}z_\alpha\} = 1$.
 2. If $\theta = 0$, then $\lim_{n \rightarrow \infty} P\{S_n > \sqrt{n}z_\alpha\} = \alpha$.

- 3. If $\theta > 0$, then $\lim_{n \rightarrow \infty} P\{S_n > \sqrt{nz_\alpha}\} = 1$.
- 4. If $\theta > 0$, then $\lim_{n \rightarrow \infty} P\{S_n > \sqrt{nz_\alpha}\} = \alpha$.

113. मानें कि $X_1, X_2, \dots, X_{10}, N(\theta, \sigma^2), \sigma^2 = 10$ से निकाला गया एक यादृच्छिक प्रतिदर्श है। θ के पूर्व $\theta \sim N(0, \tau^2), \tau^2 = 20$ पर विचारें। मानें कि $\bar{X} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} X_i$, तो θ के उत्तर बटन का बहुलक $\hat{\theta}$ कतना करता है

- | | |
|--|--|
| 1. $\hat{\theta} = \bar{X}$ | 2. $\hat{\theta} = \frac{20\bar{X}}{21}$ |
| 3. $\hat{\theta} \leq \bar{X}$ if $\bar{X} \geq 0$ | 4. $\hat{\theta} \geq \bar{X}$ if $\bar{X} \leq 0$ |

113. Suppose X_1, X_2, \dots, X_{10} is a random sample from $N(\theta, \sigma^2), \sigma^2 = 10$. Consider the prior for θ , $\theta \sim N(0, \tau^2), \tau^2 = 20$. Let $\bar{X} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} X_i$. Then the mode $\hat{\theta}$ of the posterior distribution for θ satisfies:

- | | |
|--|--|
| 1. $\hat{\theta} = \bar{X}$ | 2. $\hat{\theta} = \frac{20\bar{X}}{21}$ |
| 3. $\hat{\theta} \leq \bar{X}$ if $\bar{X} \geq 0$ | 4. $\hat{\theta} \geq \bar{X}$ if $\bar{X} \leq 0$ |

114. (X, Y) पर किये गये निम्न पाँच प्रेशर्णों पर विचारें : $(0, 1), (1, 2), (2, 3), (3, 2), (4, 1)$ । तो

- 1. X पर Y का लघुतम-वर्ग रेखिक समाश्रयण है $Y = \frac{9}{5}$ ।
- 2. Y पर X का लघुतम-वर्ग रेखिक समाश्रयण है $X = 2$ ।
- 3. X व Y के बीच का सहसंबंध गुणांक 0 है।
- 4. X व Y के बीच का सहसंबंध गुणांक +1 है।

114. Consider the following five observations on (X, Y) : $(0, 1), (1, 2), (2, 3), (3, 2), (4, 1)$. Then

- 1. The least-square linear regression of Y on X is $Y = \frac{9}{5}$.
- 2. The least-square linear regression of X on Y is $X = 2$.
- 3. The correlation coefficient between X and Y is 0.
- 4. The correlation coefficient between X and Y is +1.

115. मानें कि $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_n$ एकसमानता स्वतंत्र रूप में $N(0, \sigma^2)$ के अनुसार बंटा है। Y_1, Y_2, \dots, Y_n के बारे में विचारों को नीचे परिभाषित किया गया है:

$$Y_1 = \mu + \epsilon_1, Y_{i+1} - \mu = \rho(Y_i - \mu) + \sqrt{1 - \rho^2} \epsilon_{i+1}, i = 1, 2, \dots, n-1.$$

मानें कि $T = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i$ एवं $0 < \rho < 1$ व $\sigma^2 > 0$ । तो $n \geq 2$ के लिये

1. T एक प्रत्यासन्न बंटन है।
2. T का माध्य μ एवं प्रसरण σ^2/n है।
3. $E(T) = \mu$, प्रसरण $\{T\} > \sigma^2/n$ ।
4. $T \sim N(\mu, \delta^2)$ जहाँ $\delta^2 > \sigma^2/n$ ।

115. Suppose $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_n$ are i.i.d. $N(0, \sigma^2)$. Consider Y_1, Y_2, \dots, Y_n defined by $Y_1 = \mu + \epsilon_1, Y_{i+1} - \mu = \rho(Y_i - \mu) + \sqrt{1 - \rho^2} \epsilon_{i+1}, i = 1, 2, \dots, n-1$.

Let $T = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i$. Suppose $0 < \rho < 1$ and $\sigma^2 > 0$. Then for $n \geq 2$

1. T has a normal distribution.
2. T has mean μ and variance σ^2/n .
3. $E(T) = \mu$, $\text{var}(T) > \sigma^2/n$.
4. $T \sim N(\mu, \delta^2)$ where $\delta^2 > \sigma^2/n$.

116. एक चुनाव में एक राजनीतिक पक्ष को मिल सकने वाले वोटों की अनुपात p के आकलन हेतु किया गया एक सर्वेक्षण में दो सांख्यिकीविद A व B अलग-अलग प्रतिदर्शी युक्तियाँ अपनाती हैं:

सांख्यिकीविद A: 200 मतदाताओं से एक सामान्य यादृच्छिक प्रतिदर्श बिना वापस किया चुनाव है (SRSWOR) पाता है कि उनमें से x वोट पक्ष को दिये मत देगे, एवं p का इस प्रकार आकलन करता है

$$p_1 = \frac{x}{200}$$

सांख्यिकीविद B: मतदाताओं की सूची को पुरुष व स्त्री सूचियों में विभाजित किया है, हर सूची से 100 को SRSWOR तरीके से चुनाव है, पाता है कि प्रत्येक x_1 व x_2 वही पक्ष को मत देगे एवं p का इस प्रकार

$$\text{आकलन करता है } p_2 = \frac{x_1 + x_2}{200}$$

दोनों सूचियों में मतदाताओं की संख्या समान है। (8)

1. p_1 एक अव्यभिचार आकलन है परन्तु p_2 नहीं।
2. $p_1 = p_2$ दोनों अव्यभिचार आकलन हैं।
3. $p_1 = p_2$ दोनों अव्यभिचार आकलन हैं, परन्तु p_2 का प्रसरण p_1 की तुलना में या तो कम या समान है।
4. वोट पक्ष को मत देने वाले पुरुष व स्त्री मतदाताओं की अनुपात समान होने पर p_1 व p_2 का प्रसरण समान होते।

116. In a survey to estimate the proportion p of votes that a party will poll in an election, statisticians A and B follow different sampling strategies as follows:
Statistician A: Selects a simple random sample without replacement (SRSWOR) of 200 voters, finds that x of them will vote for the party and estimates p by

$$p_1 = \frac{x_1}{200}$$

Statistician B: Divides the voters' list into Male and Female lists, selects 100 from each list by SRSWOR, finds that x_1, x_2 respectively will vote for the party and estimates p by

$$p_2 = \frac{x_1 + x_2}{200}$$

The number of voters in the two lists are the same. Then

1. p_1 is an unbiased estimate but p_2 is not.
2. p_1 and p_2 are both unbiased estimates.
3. p_1 and p_2 are both unbiased estimates, but p_2 has a smaller variance than p_1 , or the same variance as p_1 .
4. Variances of p_1, p_2 are the same only if the proportions of male and female voters who vote for the party are the same.

117. 1, 2, ..., 5 से आठवा 5 उपचार युक्त दो खण्ड वाले गिना खण्ड अभिकल्पना पर विचार करें

खण्ड I: {1, 2, 3}; खण्ड II: {1, 4, 5}

निम्न में कौन सा/से कथन सही है/हैं ?

1. अभिकल्पना संबद्ध है ।
2. जहाँ σ^2 एक प्रेक्षण का प्रसरण है, एक क्रमिक उपचार विचलना के शेषफल वैरियंस अनिश्चित आकालक का प्रसरण या तो $2\sigma^2$ या $4\sigma^2$ है ।
3. अभिकल्पना, जिसकी प्रत्याशा शून्य से सर्वथात्मक है, द्वारा एकवित ऐसा कोई अनुष्क वैरियंस फलन नहीं है ।
4. त्रुटि के साध्य सहकारी स्वतन्त्रता कौटि शून्य है ।

117. Consider the following block design involving 5 treatments, labelled 1, 2, ..., 5, and two blocks:

Block I: {1, 2, 3}; Block II: {1, 4, 5}.

Which of the following statements is/are true?

1. The design is connected.
2. The variance of the best linear unbiased estimator of an elementary treatment contrast is either $2\sigma^2$ or $4\sigma^2$, where σ^2 is the variance of an observation.
3. There is no non-trivial linear function of observations collected through the design whose expectation is identically equal to zero.
4. The degrees of freedom associated with the error is zero.

118. मानें कि हमारे पास एक आकालक समुच्चय है जिसमें 25 प्रेक्षण हैं, जिसका हर एक का मूल्य 0 या 1 है ।

1. आकालकों का माध्य उनके प्रसरण से अधिक नहीं हो सकता ।
2. आकालकों का माध्य उनके प्रसरण से कम नहीं हो सकता ।
3. जब माध्य एंड प्रसरण समान है, इसका मतलब हुआ कि माध्य शून्य है ।
4. प्रसरण शून्य लनी होगा जब माध्य 0 या 1 होगा ।

118. Suppose that we have a data set consisting of 25 observations, where each value is either 0 or 1.

1. The mean of the data cannot be larger than the variance.
2. The mean of the data cannot be smaller than the variance.
3. The mean being same as the variance implies that the mean is zero.
4. The variance will be 0 if and only if the mean is either 1 or 0.

119. उपरोक्त $x_1 + x_2 \geq 5$, $4x_1 - x_2 \leq 15$ एवं $4x_2 - x_1 \leq 15$ को तृप्त करने वाले $x_1 \geq 0$ एवं $x_2 \geq 0$ पर विचार। निम्न में से कौन 10/से कम सही है/हैं?

1. $3x_1 + 2x_2$ का अधिकतम मान है 25।
2. $3x_1 - 2x_2$ का न्यूनतम मान है 11।
3. $3x_1 + 2x_2$ का कोई परिमित अधिकतम नहीं है।
4. $3x_1 - 2x_2$ का कोई परिमित न्यूनतम नहीं है।

119. Consider the variables $x_1 \geq 0$ and $x_2 \geq 0$ satisfying the constraints $x_1 + x_2 \geq 5$, $4x_1 - x_2 \leq 15$ and $4x_2 - x_1 \leq 15$. Which of the following statements is/are correct?

1. The maximum value of $3x_1 + 2x_2$ is 25.
2. The minimum value of $3x_1 - 2x_2$ is 11.
3. $3x_1 + 2x_2$ has no finite maximum.
4. $3x_1 - 2x_2$ has no finite minimum.

120. एक सेवक वाले एक प्रणाली में मानें कि ग्राहक आते हैं प्रति 12 मिनट में एक व्यक्ति से आता है एव उनकी सेवा प्राप्त होती प्रति 8 मिनट में एक सेवा से की जाती है। यदि आगमन प्रति 20% बढ़ती है तो प्रणाली अवस्था में

1. प्रणाली में ग्राहकों की औसत संख्या में बढ़त 2 है।
2. प्रणाली में ग्राहकों की औसत संख्या में बढ़त 4 है।
3. प्रणाली में ग्राहक द्वारा बिताया गया औसत समय में बढ़त 16 मिनट है।
4. प्रणाली में ग्राहक द्वारा बिताया गया औसत समय में बढ़त 24 मिनट है।

120. In a system with a single server, suppose that customers arrive at a Poisson rate of 1 person every 12 minutes and are serviced at the Poisson rate of 1 service every 8 minutes. If the arrival rate increases by 20% then in the steady state:

1. the increase in the average number of customers in the system is 2.
2. the increase in the average number of customers in the system is 4.
3. the increase in the average time spent by a customer in the system is 16 minutes.
4. the increase in the average time spent by a customer in the system is 24 minutes.