

QP Code : 19UA105EMT15

স্নাতক পাঠক্রম (BDP)

অনুশীলন পত্র (Assignment)

ডিসেম্বর, ২০১৮ ও জুন, ২০১৯ (December-2018 & June-2019)

ঐচ্ছিক পাঠক্রম (Elective Course)

গণিত (Mathematics)

পঞ্চদশ পত্র (15th Paper)

Complex Analysis & Laplace

Transformation : EMT-15

পূর্ণমান : ৫০ (Full Marks : 50)

মানের গুরুত্ব : ৩০% (Weightage of Marks : 30%)

পরিমিত ও যথাযথ উত্তরের জন্য বিশেষ মূল্য দেওয়া হবে।

অশুদ্ধ বানান, অপরিচ্ছন্নতা এবং অপরিষ্কার হস্তাক্ষরের ক্ষেত্রে নম্বর

কেটে নেওয়া হবে। উপাত্তে প্রশ্নের মূল্যমান সূচিত আছে।

Special credit will be given for precise and correct answer. Marks will be deducted for spelling mistakes, untidiness and illegible handwriting. The figures in the margin indicate full marks.

বিভাগ — ক

যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন : $10 \times 2 = 20$

1. a) তিনটি প্রদত্ত বিন্দু $A(z_1)$, $B(z_2)$ এবং $C(z_3)$ গামী বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় করুন। 5

b) ল্যাপ্লাস রূপান্তরের বিলোম প্রক্রিয়া দ্বারা নিম্নলিখিত অপেক্ষক নির্ণয় করুন :

$$\frac{4s+5}{(s-1)^2(s+2)}. \quad 5$$

B.Sc.-AU-13105

[P.T.O.

QP Code : 19UA105EMT15 2

2. a) যখন $\tan^{-1}(x+iy) = p+iq$ যেখানে x, y, p এবং q বাস্তব এবং $z(=x+iy) \neq \pm i$, দেখান যে $x^2 + y^2 + 2x \cot 2p = 1$. 5

b) ল্যাপ্লাস রূপান্তর প্রক্রিয়ার সাহায্যে সমাধান করুন : $y''(t) + 2y'(t) = 8t$, $y(0) = y'(0) = 0$. 5

3. a) $u = (x-1)^3 - 3xy^2 + 3y^2$ হলে v নির্ণয় করুন যাতে, $u+iv$, $x+iy$ -এর একটি অপেক্ষক হয়। 5

b) কনভলিউশন উপপাদ্যের সাহায্যে দেখান যে

$$L^{-1} \left\{ \frac{s}{(s^2+4)^3} \right\} = \frac{1}{64} t [\sin 2t - 2t \cos 2t]. \quad 5$$

4. a) একটি দ্বিরৈখিক রূপান্তর $\omega = f(z)$ নির্ণয় করুন যা $z = \infty, 0, 1$ বিন্দুগুলিকে যথাক্রমে $\omega = 0, 1, \infty$ বিন্দুগুলিতে রূপান্তরিত করে। আরো দেখান যে, এই রূপান্তরটি

i) বাস্তব অক্ষ $Im z = 0$ কে $Im \omega = 0$ তে রূপান্তরিত করে;

ii) উর্ধ্ব অর্ধতল $Im z > 0$ কে $Im \omega > 0$ তে রূপান্তরিত করে;

iii) নিম্ন অর্ধতল $Im z < 0$ কে $Im \omega < 0$ তে রূপান্তরিত করে। 6

B.Sc.-AU-13105

3 QP Code : 19UA105EMT15

- b) মনে করুন $f(z) = u + iv$ অপেক্ষকটি D ক্ষেত্রে বিশ্লেষণযোগ্য এবং $|f(z)|$ একটি ধ্রুবক। দেখান যে D ক্ষেত্রে $f(z)$ অপেক্ষকটি ধ্রুবক। 4

বিভাগ — খ

যে-কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দিন : 6 × 3 = 18

5. মান নির্ণয় করুন $L^{-1}\left\{\frac{s+1}{(s^2+2s+2)^2}\right\}$. 6
6. ল্যাপ্লাস রূপান্তরের সাহায্যে মান নির্ণয় করুন : $\int_0^t \frac{\sin t}{t} dt$. 6
7. ল্যাপ্লাস রূপান্তর প্রক্রিয়ার সাহায্যে সমাধান করুন : $y''(t) + 3y'(t) + 2y(t) = e^t$, $y(0) = y'(0) = 0$. 6
8. জটিল অপেক্ষকের অন্তরকলন-যোগ্যতার পর্যাপ্ত শর্ত বিবৃত করুন এবং প্রমাণ করুন। 6
9. সমাধান করুন : $|z| - z = 1 + 2i$, যেখানে $z = x + iy$ (x, y বাস্তব)। 6
10. Milne-Thomson পদ্ধতিতে একটি বিশ্লেষণযোগ্য অপেক্ষক $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ নির্ণয় করুন যেখানে $u(x, y) = 4x^2 - 4y^2 + 3y$. 6

QP Code : 19UA105EMT15 4

বিভাগ — গ

যে-কোনো চারটি প্রশ্নের উত্তর দিন : 3 × 4 = 12

11. $L\{f'(t)\}$ নির্ণয় করুন যখন $f(t) = t^2$. 3
12. $L^{-1}\{\bar{f}(s)\} = f(t)$ হলে দেখান যে $L^{-1}\left\{\int_0^t \bar{f}(s) ds\right\} = \frac{f(t)}{t}$. 3
13. কনভলিউশন উপপাদ্যটি বিবৃত করুন এবং প্রমাণ করুন। 3
14. সমাধান করুন : $y'' + y = t$, $y(0) = 1$, $y'(0) = -2$. 3
15. সমাধান করুন : $e^{2z+1} = i$. 3
16. প্রমাণ করুন যে $f(z) = |z|^4$ অপেক্ষকটি $z = 0$ বিন্দুতে অন্তরকলনযোগ্য কিন্তু বিশ্লেষণযোগ্য নয়। 3
17. একটি দ্বি-বৈখিক রূপান্তর নির্ণয় করুন যা $z = 0, -i, -1$ বিন্দুগুলিকে $w = i, 1, 0$ বিন্দুতে রূপান্তরিত করে। 3
18. $w = \frac{2z-5}{z+4}$ রূপান্তরের অবিচল বিন্দুগুলি নির্ণয় করুন। 3

QP Code : 19UA105EMT15

English Version

Group - A

Answer any *two* questions. $10 \times 2 = 20$

1. a) Find the equation of a circle passing through three given points $A(z_1)$, $B(z_2)$ and $C(z_3)$. 5

- b) Using inverse Laplace Transform, find the following function :

$$\frac{4s+5}{(s-1)^2(s+2)}. \quad 5$$

2. a) If $\tan^{-1}(x+iy) = p+iq$ where x, y, p, q are real and $z(=x+iy) \neq \pm i$, then show that $x^2 + y^2 + 2x \cot 2p = 1$. 5

- b) Using Laplace transform method solve $y''(t) + 2y'(t) = 8t$, $y(0) = y'(0) = 0$. 5

3. a) If $u = (x-1)^3 - 3xy^2 + 3y^2$, determine v so that $u+iv$ is a function of $x+iy$. 5

- b) Using convolution theorem show that $L^{-1}\left\{\frac{s}{(s^2+4)^3}\right\} = \frac{1}{64}t [\sin 2t - 2t \cos 2t]$. 5

QP Code : 19UA105EMT15 2

4. a) Find the bilinear transformation $\omega = f(z)$ which transforms the points $z = \infty, 0, 1$ into the points $\omega = 0, 1, \infty$ respectively. Show also that this maps

i) the real axis $Im z = 0$ into $Im \omega = 0$;

ii) the upper half plane $Im z > 0$ into $Im \omega > 0$;

iii) the lower half plane $Im z < 0$ into $Im \omega < 0$. 6

- b) Let $f(z) = u + iv$ be analytic in a domain D and $|f(z)|$ is equal to constant in D . Show that $f(z)$ is constant in D . 4

Group - B

Answer any *three* questions. $6 \times 3 = 18$

5. Evaluate $L^{-1}\left\{\frac{s+1}{(s^2+2s+2)^2}\right\}$. 6

6. Find the value of $\int_0^t \frac{\sin t}{t} dt$ by Laplace transform. 6

7. Using Laplace transform, determine the solution of $y''(t) + 3y'(t) + 2y(t) = e^t$, $y(0) = y'(0) = 0$. 6

8. State and prove the sufficient condition for differentiability of a complex function. 6

3 QP Code : 19UA105EMT15

9. Solve : $|z| - z = 1 + 2i$, where $z = x + iy$ (x, y are real). 6
10. Using Milne-Thomson method find an analytic function $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$, where $u(x, y) = 4x^2 - 4y^2 + 3y$. 6

Group - C

Answer any *four* questions. $3 \times 4 = 12$

11. Find $L\{f'(t)\}$ when $f(t) = t^2$. 3
12. If $L^{-1}\{\bar{f}(s)\} = f(t)$, then show that $L^{-1}\left\{\int_0^t \bar{f}(s) ds\right\} = \frac{f(t)}{t}$. 3
13. State and prove convolution theorem. 3
14. Solve : $y'' + y = t$, $y(0) = 1$, $y'(0) = -2$. 3
15. Solve : $e^{2z+1} = i$. 3
16. Prove that $f(z) = |z|^4$ is differentiable but not analytic at $z = 0$. 3
17. Find the bilinear transformation which maps $z = 0, -i, -1$ into $w = i, 1, 0$. 3

QP Code : 19UA105EMT15 4

18. Find invariant points of the transformation $w = \frac{2z-5}{z+4}$. 3

-
-
1. Date of Publication : 15/11/2018
2. Last date of submission of answer script by the student to the study centre on or before : 30/12/2018
3. Last date of submission of marks by the examiner to the study centre on or before : 10/02/2019
4. Date of evaluated answer script distribution by the study centre to the student on or before : 17/02/2019
5. Last date of submission of marks by the study centre to the Department of C.O.E. on or before : 27/02/2019