शिवाजी विद्यापीठ, कोल्हापूर

दूर शिक्षण केंद्र

एम.एस्सी. (गणित) भाग २ सत्र ३ स्वाध्याय प्रश्न

मार्च/एप्रिल २०१८

आपण दूर शिक्षण केंद्रामध्ये प्रवेश घेतल्याबद्दल आपले स्वागत. एम.एस्सी. (गणित) भाग २ सत्र ३ साठी प्रत्येक विषयासाठी ९० लेखी परीक्षा + ३० स्वाध्याय अशी परीक्षापध्दती लागू आहे. सत्र ३ साठीचे स्वाध्याय प्रश्न सोबत देत आहोत. सदरचे स्वाध्याय खाली दिलेल्या नियमावलीप्रमाणे पूर्ण करून आपल्या **अभ्यासकेंद्राकडे** जमा करणे आवश्यक आहे.

नियम :

१. सत्र परीक्षेमध्ये प्रत्येक विषयाची लेखी परीक्षा ९० गुण व स्वाध्याय ३० गुण अशी एकूण १२० गुणांची आहे.

२. निवडलेल्या प्रत्येक पेपरसाठी एक असे सत्र १ साठी एकूण पाच स्वाध्याय पूर्ण करावयाचे आहेत. स्वाध्याय लिहिण्याकरिता आखीव कागद/ A4 size paper वापरावा.

३. स्वाध्याय उत्तरपत्रिकेच्या मुख्यपृष्ठावर आपण प्रवेश घेतलेल्या अभ्यासक्रमाचे नाव, वर्ष, तुमचा परीक्षेचा बैठक क्रमांक, (परीक्षा सुरू होण्याच्या १५ दिवस अगोदर ऑनलाईन प्राप्त होईल) नोंदणीप्रमाणे नाव, पत्ता (कायमस्वरूपी), विषय, PRN व मोबाईल नंबर (कायमस्वरूपी) लिहिणे आवश्यक आहे. (मुख्यपृष्ठ/ Cover Page यासोबत दिलेले आहे ते Download करून वापरावे.)

४. लिहून पूर्ण केलेले सर्व पाच पेपर्सच्या स्वाध्यायावर आपला परीक्षा बैठक क्रमांक (Exam seat No.) लिहूनच प्रवेशासाठी निवडलेल्या अभ्यासकेंद्रावर स्वत: पोच करावे किंवा पोस्टाद्वारे/ कुरिअरद्वारे पाठवावेत. (बैठक क्रमांक विद्यापीठाच्या www.unishivaji.ac.in व online.shivajiuniversity.in या संकेतस्थळावर उपलब्ध होतील.) **परीक्षेचा पहिला पेपर सुरू होण्यापूर्वी १५ ते २० दिवस अगोदर स्वाध्याय संबंधित अभ्यासकेंद्रावर जमा करणे आवश्यक आहे.**

५. **विद्यार्थ्यांनी स्वाध्याय आपल्या अभ्यासकेंद्रांमध्ये जमा करणेच्या अंतिम तारखा स्वतंत्र परिपत्रकाद्वारे** www.unishivaji.ac.in **या संकेतस्थळावरील** Distance Education → Online Notice Board **या लिंकवरती नंतर प्रसिध्द करण्यात येतील. याची संबंधितांनी नोंद घ्यावी.**

६. एकदा स्वाध्याय जमा केल्यानंतर व त्यांचे मुल्यांकन झाल्यानंतर तेच स्वाध्याय परत जमा करता येणार नाहीत. स्वाध्याय गुणांचे पुन:मुल्यांकन व फेरतपासणी केली जाणार नाहीत.

७. जे विद्यार्थी स्वाध्याय दिलेल्या वेळेत जमा करतील त्यांना स्वाध्यायाचे गुण दिले जातील. जे विद्यार्थी स्वाध्याय जमा करणार नाहीत अशा विद्यार्थ्यांना स्वाध्यायचे गुण दिले जाणार नाहीत व ते सदरच्या ३० गुणांना (Marks) मुकतील. याबाबत दूर शिक्षण केंद्र जबाबदार राहणार नाही.

८. विद्यार्थ्यांने जर स्वाध्याय जमा केले असतील व तो त्या संबंधित स्वाध्यायामध्ये अनुत्तीर्ण झाला असेल तर त्याला फ्रेश स्वाध्याय जमा करावे लागतील.

९. एम.एस्सी. (गणित) भाग – १ चा अभ्यासक्रम शैक्षणिक वर्ष २०१४–२०१५ पासून सुधारित करण्यात आलेला आहे. त्यामुळे स्वयं अध्ययन साहित्याचे अध्ययन करताना विद्यार्थ्यांनी आपल्या विषयाच्या सुधारित अभ्यासक्रमाप्रमाणे स्वयंअध्ययन साहित्याचे अध्ययन करावे. सदरचा अभ्यासक्रम www.unishivaji.ac.in या विद्यापीठ संकेतस्थळावर उपलब्ध आहे.

विशेष सुचना

अ. दूर शिक्षण केंद्राच्या सर्व मान्यताप्राप्त अभ्यासकेंद्रावर संपर्क सत्रांचे आयोजन केले जाते. तरी विद्यार्थ्यांनी वेळोवेळी अभ्यास केंद्र समन्वयक यांच्याशी संपर्क साधून संपर्कसत्र, परीक्षा, वेळा पत्रक, हॉल तिकीट, निकाल इ. बाबत माहिती घ्यावी तसेच वेळोवेळी संकेतस्थळाला भेट देवून अद्यावत माहिती जाणून घ्यावी.

ब. आपण निवडलेल्या विषयाप्रमाणे स्वयं अध्ययन साहित्य घेणे, अभ्यासक्रम (Syllabus) प्राप्त करून घेणे व त्याप्रमाणे अध्ययन करणेची जबाबदारी विद्यार्थ्यांची आहे.

क. आपल्या रजिस्ट्रेशन फॉर्मवर असलेल्या अभ्यास केंद्रामध्येच स्वाध्याय जमा करावे जर दुसऱ्या अभ्यास केंद्रावर स्वाध्याय जमा केलेस स्वाध्यायाचे गुण आपल्या गुणपत्रिकेवर येणार नाहीत व त्यासाठी दूर शिक्षण केंद्र जबाबदार असणार नाही.

M.Sc. (Maths.) Part II – Sem. III

Mar./Apr. 2018

Distance Mode

Assignment for the Subject of ____

Paper Number: - ______________________ Subject Code:- _________________

1. Name of the Candidate :- ____

2. Name of the Study Centre ____

3. Address: - ____

____

Pin:-__________ Mobile No: - ________________

4. Exam Seat Number: - _____________________ PRN Number : ____________

5. Course: - M.Sc(Maths) Part II (Semester III) Distance Mode.

6. Date of Submission of Assignments: - __________________________________

7. Signature of Student: - ____

8. Marks obtained out of 30:- ____

9. Signature of Evaluator of Assignment: - _______________________________

M.Sc. (Maths) Part II (Sem. III)

Assignment Questions

Sub. : Functional Analysis (MT-301)

Q.1 Is the conjugate of a separable space is separable? Justify.

Q.2 Prove that a normed linear space is finite dimensional if and only if every closed ball in it is compact.

Q.3 If Banach space B is isometric to normed linear space N, then prove that N is also Banach space.

Q.4 If T is normal on H and f is a polynomial with complex coefficients then prove that f (T) is normal.

Q.5 Show that any two complete orthonormal set in a Hilbert space H have the same cardinal number.

Q.6 Show that an idempotent operator on Hilbert space H is a projection on H if and only if it is normal.

Sub. : Advanced Discrete Mathematics (MT-302)

Q.1 **Choose the correct alternative.**

1. Let $X = \{2,3,4,6,12,24\}$ be a poset under the relation divisibility. The number of edges in the Hasse diagram of $(X, \leq)$ is

A)5 B) 6 C)4 D)7

2. Every finite lattice is

A)Bounded B) Distributive C) Complemented D) Boolean algebra

3. If the lattice $(C, \leq)$ is a complemented chain, then

A) $|c| \leq 1$ B) $|c| \leq 2$ C) $|c| > 1$ D) C doesn't exist.

4. Every Boolean algebra B is

A)distributive lattice B) bounded lattice
C)complemented lattice D)all of the A,B,C.

5. Every finite subset of a lattice has

A) a LUB and a GLB B) many LUBs and a GLB
C)many LUBs and GLBs D) either some LUBs or some GLBs.

6. Let $D_{30} = \{1,2,3,5,6,10,15,30\}$ be a lattice order by divisibility. The lower bounds of {10, 15} are

A) 1,2 B) 1,3 C) 1,5 D)1,3,5

7. In a Boolean algebra the expression $a + a * c$ is equivalent to

A) c B) $a + c$ C) a D) 1

8. The Boolean expression $XY + XY' + X'Z + XZ'$ is independent of the Boolean variable:

A) Y B) X C) Z D) None of these

9. Consider a simple connected graph G with n vertices and n edges (n>2). Then which of the following statements are true?

A) G is acyclic B) G has at least one cycle

C) the graph obtained by removing any edge from G is not connected

D) None of these.

10. Which of the following graph is connected?

A)Simple graph B)Regular graph

C)Bipartite graph D)Complete bipartite graph.

11. For which of the following does there exist a graph G = (V,E) ,satisfying the specified conditions?

A) a tree with 9 vertices and the sum of the degrees of all the vertices is 18

B) a graph with 5 components, 12 vertices and 7 edges

C) a graph with 5 components, 30 vertices and 24 edges

D) a graph with 9 vertices, 9 edges and no cycles.

12.Which of the following graph is complete?

A) K1,1 B) Wn , n ≥ 4 C) any simple graph D) Star graph

13.The Wheel graph Wn , n ≥ 4 is

A) Connected graph B)Regular graph

C) Acyclic graph D) Complete graph.

14. Let G be a graph such that minimum degree of each vertex is at least 2 then

A) G is acyclic B) G is always connected

C) G contains at least one cycle D) G is always simple

15. Let G be an acyclic graph. Consider the two statements:

I : There is at most one path between any two given vertices of G.

II : Every edge of G is a bridge.

Then

A)only I is true B) only II is true C) both I and II are true D) both I and II are false

Q.2 **Attempt the following. (Any Two)**

1. a) Prove that for any connected graph G,

$$rad\ G \leq diam\ G \leq 2\ rad\ G.$$

b) Let L be a finite distributive lattice. Prove that every element a in L can be written uniquely as the join of irredundant join irreducible elements.

2. a). Find the numeric function corresponding to the generating function

$$A(z) = \frac{1+z^2}{(1-z)^4}$$

b).Find the generating function corresponding to the numeric function $(0^2, 1^2, 2^2, \ldots\ldots, r^2, \ldots\ldots)$.

3. a). Let $\boldsymbol{a}$ and $\boldsymbol{b}$ be two numeric functions given by

$$a_r = \begin{cases} 0, & 0 \le r \le 4 \\ 2^{-r} + 3, & r \ge 5 \end{cases}$$

and $b^r = \begin{cases} 1 - 2^r, & 0 \le r \le 2 \\ r + 2 & , r \ge 3 \end{cases}$ Obtain $\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}$ and $\boldsymbol{a}.\boldsymbol{b}$

b) Solve $a_r + 5\,a_{r-1} + 6\,a_{r-2} = 3r^2 - 2r + 1$.

Sub. : Number Theory (MT-303)

Q.1 Show that the linear Diophantine equation $ax+by=c$, has a solution if and only if $d\,|\,c$, where $d=\gcd(a,b)$. If x_0, y_0 is any particular solution of this equation, prove that all other solutions are given by $x = x_0 + \left(\frac{b}{d}\right)t, \quad y = y_0 - \left(\frac{a}{d}\right)t$

Q.2 Prove that there are an infinite number of primes of the form $4n+3$.

Q.3 Prove that 561 is an absolute pseudo prime.

Q.4 Let F and f be number theoretic functions related by the formula $F(n) = \sum_{d|n} f(d)$

Prove that $f(n) = \sum_{d|n} \mu(d) F\left(\frac{n}{d}\right) = \sum_{d|n} \mu\left(\frac{n}{d}\right) F(d)$.

Q.5 If the integer $n>1$ has prime factorization $n = p_1^{k_1} p_2^{k_2} \cdots p_r^{k_r}$, prove that

$$\phi(n) = n\left(1-\frac{1}{p_1}\right)\left(1-\frac{1}{p_2}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{p_r}\right).$$

Hence or otherwise deduce that, for $n>2$, $\phi(n)$ is an even integer.

Q.6 If p is an odd prime, prove that there exists a primitive root r of p such that $r^{p-1} \not\equiv 1 \pmod{p^2}$.

Sub. : Operation Research - I (MT-307)

Q.1 Let f be differentiable on an open convex set $T \subset R^n$. Show that f is convex function iff $f(\bar{x}_2) \ge f(\bar{x}_1) + \nabla f(\bar{x}_1)^T (\bar{x}_2 - \bar{x}_1), \quad \bar{x}_1, \bar{x}_2 \in T$

Q.2 Solve by simplex method the following LPP

Max $z = x_1 - 3x_2 + 2x_3$

Subject to $3x_1 - x_2 + 2x_3 \le 7, -2x_1 + 4x_2 \le 12, -4x_1 + 3x_2 + 8x_3 \le 10, \quad x_1, x_2, x_3 \ge 0$

Q.3 If the pth variable of the primal is unrestricted in sign then show that the pth constraint of the dual is an equation.

Q.4 Solve the following all integer programming problem using the branch and bound method.

Max $z = 3x_1 + 5x_2$

Subject to $2x_1 + 4x_2 \le 25, x_1 \le 8, 2x_2 \le 10$ *and* $x_1, x_2 \ge 0$ and are integers.

Q.5 Solve the quadratic programming problem

Max $z_x = 4x_1 + 6x_2 - 2x_1^2 - 2x_1x_2 - 2x_2^2$

Subject to , $x_1 + 2x_2 \le 2,$ $x_1, x_2 \ge 0$

Sub. : Fuzzy Mathematics (MT-313)

Q.1 Prove that a fuzzy set A on R is convex iff for all x_1, $x_2 \in$ R and $\lambda \in [0, 1]$,
$A(\lambda x_1 + (1 - \lambda) x_2) \ge \min(A(x_1), A(x_2))$.

Q.2 State and prove first decomposition theorem.

Q.3 Find the equilibrium point of the Sugeno's class of fuzzy complements.

Q.4 Let c : [0, 1] → [0, 1] be a function. Prove that c is an involutive fuzzy complement if and only if there exists an increasing generator g : [0, 1] → R such that
$c(a) = g^{-1}(g(1) - g(a))$.

Q.5 Show that < min, max, c_w > is a dual triple where c_w is a Yager's class of fuzzy complements.

Q.6 Prove that for all a, b $\in$ [0, 1] , max (a, b) $\le$ u (a, b) $\le$ umax (a, b) .

Q.7 If A and B are fuzzy numbers then prove that MIN (A, B) = MIN (B, A).

Q.8 If $h_\alpha(a_1, a_2, - - - - - a_n) = \left(\frac{a_1^\alpha + a_2^\alpha + ------------- + a_n^\alpha \text{n}}{n}\right)^{1/a}$ then show that
$\lim_{\alpha\to 0} h_\alpha(a_1, a_2, ------ a_n) = (a_1, a_2, ------ a_n)^{1/n}$