ആമുഖം

2013 മാർച്ചിൽ നടക്കുന്ന എസ്.എസ്.എൽ.സി പൊതു പരീക്ഷയ്ക്ക് വേണ്ടി തയ്യാറെടുക്കുന്ന കുട്ടികൾക്കായി വിദ്യാഭ്യാസ വകുപ്പ് തയ്യാറാക്കിയ ഒരു പഠനസഹായിയാണ് 'ഒരുക്കം -2013', മറ്റെല്ലാ വിഷയങ്ങളെയും പോലെ ഗണിതത്തിനും, കുട്ടികൾക്ക് ഏറെ ഉപകാരപ്രദമാകുന്ന രീതിയിലാണ് ഈ പുസ്തകം തയ്യാറാക്കിയിരിക്കുന്നത്. പാഠഭാഗങ്ങളെല്ലാം ക്ലാസിൽ ചർച്ചചെയ്തു കഴിഞ്ഞപ്പോൾ ഇനിയും വേണ്ടത്ര പഠനം നടക്കാത്ത മേഖലകളിൽ പഠനം ലളിതമാകത്തക്ക രീതിയിലുള്ള പഠന പ്രവർത്തനങ്ങൾ ഉൾപ്പെടുത്തിയാണ് ഈ പുസ്തകം രൂപകൽപന ചെയ്തത് ഈ പുസ്തകം ക്ലാസിൽ ഉപയോഗിക്കുമ്പോൾ ഓരോ അധ്യായത്തിനും ഒരു നിശ്ചിത സമയം നിജപ്പെടുത്തിക്കൊണ്ട് പ്രാസൂത്രണം നടത്തണം ഈ പുസ്തകത്തിലെ പ്രവർത്തനങ്ങൾ ചെയ്തു തീർക്കുവാൻ 20 മണിക്കൂർ സമയമാണ് അനുവദിച്ചിരിക്കുന്നത്. (ഈ സമയം കൊണ്ട് പുസ്തകത്തിലെ മുഴുവൻ പ്രവർത്തനങ്ങളും ചെയ്യണം എന്നല്ല ഉദ്ദേശിക്കുന്നത്). ഓരോ അധ്യായത്തിനും, അതിലെ പ്രവർത്തനങ്ങളുടെ എണ്ണത്തിനും, പ്രാധാന്യത്തിനുമനുസരിച്ച് ആവശ്യമായ സമയം കണ്ടെത്തേണ്ടതാണ്.

പാഠഭാഗങ്ങളുടെ ആശയവികസനത്തെ കുറിച്ചുള്ള ഒരു ലഘു ആമുഖത്തോടെയാണ് ഓരോ പാഠഭാഗവും ആരംഭിക്കുന്നത്. ഒരു പാഠത്തിലെ മുഴുവൻ ആശയങ്ങളെകുറിച്ചും ഈ ആമുഖത്തിൽ സൂചിപ്പിക്കുന്നുണ്ട്.

ഓരോ പാഠഭാഗത്തിലും ആമുഖത്തിന് ശേഷം, ആശയങ്ങളും, വിശകലനങ്ങളും ഉൾപ്പെടുന്ന പ്രവർത്തനങ്ങൾ നൽകിയിട്ടുണ്ട്. ഇത്തരം പ്രവർത്തനങ്ങളിൽ ക്ലാസിൽ ചർച്ച ചെയ്യാൻ അനുയോജ്യമായവ കണ്ടെത്തി അതിനനുസൃതമായ രീതിയിൽ ആസൂത്രണം നടത്തേണ്ടതാണ്. ഇവയിൽ മിക്കവയും കുട്ടികൾക്ക് ക്ലാസിൽ ചെയ്യുവാൻ അവസരം ഒരുക്കണം. ക്ലാസിൽ ചെയ്തു തീരത്തവ അസൈൻമെന്റുകളായി നൽകി കുട്ടികളെ കൊണ്ട് ചെയ്യിപ്പിക്കാൻ ശ്രദ്ധിക്കണം.

ഓരോ പാഠഭാഗത്തും നൽകിയ കൂടുതൽ പ്രവർത്തനങ്ങൾ കുട്ടികളുടെ അധികപഠനത്തിന് വേണ്ടിയുള്ളതാണ്. കുട്ടികളുടെ പഠനനിലവാരത്തിനനുസരിച്ച് ഇത്തരം പ്രവർത്തനങ്ങൾ തെരെഞ്ഞെടുത്തു നൽകാം. കുട്ടികൾക്ക് അമിതഭാരം ആകുന്നതും അവരെ നിരാശപ്പെടുത്തുന്നതുമായ പ്രവർത്തനങ്ങൾ നൽകാതിരിക്കാൻ ശ്രദ്ധിക്കുമല്ലോ.

പുസ്തകത്തിന്റെ അവസാനം നൽകിയിരിക്കുന്ന സാമ്പിൾ ചോദ്യപേപ്പർ കുട്ടികൾക്ക് നൽകി, അതിലെ പ്രവർത്തനങ്ങൾ ചെയ്യിപ്പിക്കുന്നതിലൂടെ വരാനിക്കുന്ന പൊതുപരീക്ഷയിൽ കൂടുതൽ ആത്മവിശ്വാസത്തോടെ പരീക്ഷയെ അഭിമുഖീകരിക്കുന്നതിന് കുട്ടികൾക്ക് കഴിയും.

1. സമാന്തരശ്രേണികൾ

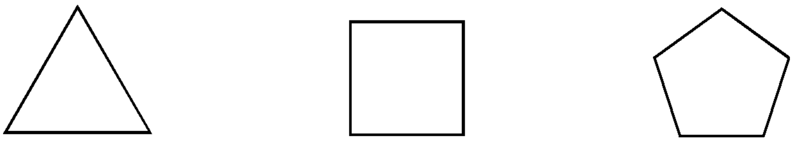
തികച്ചും സംഖ്യാപരമായ പ്രത്യേകതകൾ ചർച്ചചെയ്യുന്ന അധ്യായമാണിത്. ഭൗതീകവും, ജ്യാമിതീയവുമായ പ്രവർത്തനങ്ങളിലൂടെ സംഖ്യാശ്രേണികൾ രൂപീകരിക്കുകയും അങ്ങനെ രൂപീകരിക്കുന്ന ശ്രേണികളിൽ നിന്നും സമാന്തരശ്രേണികളെ തിരിച്ചറിയുന്നതുമാണ് ആ അധ്യായത്തിന്റെ ആദ്യഭാഗത്തെ ആശയങ്ങൾ. തുടർന്ന് സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം ശ്രേണിയുടെ നിശ്ചിത പദങ്ങൾ, പദങ്ങളുടെ പദസ്ഥാനം എന്നിവ കണക്കാക്കുന്നതിനുള്ള മാർഗ്ഗവും ചർച്ചചെയ്യുന്നു. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ രണ്ട് പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം, അവയുടെ പദസ്ഥാനങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസത്തിന് ആനുപാതിക മായിരിക്കുമെന്ന ആശയവും ഇവിടെ രൂപീകരിക്കുന്നു. ഒടുവിൽ എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുകയും അതുവഴി സമാന്തരശ്രേണിയുടെ തുടർച്ചയായ പദങ്ങളുടെ തുകയും കാണുന്ന മാർഗ്ഗവും ഇവിടെ ചർച്ചചെയുന്നുണ്ട്.

ആശയം

- * സമാന്തരശ്രേണികൾ രൂപീകരിക്കുന്നതിന്
- * സമാന്തരശ്രേണികൾ തിരിച്ചറിയുന്നതിന്
- * സമാന്തരശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം കാണുന്നതിന്.

പ്രവർത്തനം - 1

സമഭുജത്രികോണം, സമചതുരം, സമപഞ്ചഭുജം, സമഷഡ്ഭുജം . . . എന്നിങ്ങനെ വശങ്ങളുടെ എണ്ണം ഒന്നു കൂടി വരുന്ന സമബഹുഭുജങ്ങളുടെ ശ്രേണിയാണ് ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്നത്.



ഈ ജ്യാമിതീയ ശ്രേണിയിൽ നിന്നും ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന സംഖ്യാശ്രേണികൾ എഴുതുക.

- വശങ്ങളുടെ എണ്ണങ്ങളുടെ ശ്രേണി.
- ഓരോ ജ്യാമിതീയ രൂപത്തിലെയും ഓരോ കോണളവിന്റെ ശ്രേണി.
- ഓരോ ജ്യാമിതീയ രൂപത്തിന്റേയും കോണുകളുടെ തുകയുടെ ശ്രേണി.
- ഓരോ രൂപത്തിന്റേയും ബാഹ്യകോണളവിന്റെ ശ്രേണി
- ബാഹ്യകോണളവുകളുടെ തുകയുടെ ശ്രേണി.

മുകളിൽ തന്നിരിക്കുന്നവയിൽ സമാന്തരശ്രേണികളായവ ഏതൊക്കെ?

വിശകലനം

ഇവിടെ വശങ്ങളുടെ എണ്ണങ്ങൾ 3, 4, 5 ... എന്ന ശ്രേണിയിലാണെന്ന് കാണുവാൻ പ്രയാസമില്ല. ഓരോ ജ്യാമിതീയ രൂപത്തിലെയും ഒരോ കോണളവ് 60^0, 90^0, 108^0, 120^0, ... എന്ന ശ്രേണി രൂപീകരിക്കുന്നതും കാണാം.

കോണുകളുടെ തുക 180^0, 360^0, 540^0, 720^0,... എന്ന ശ്രേണിയാണ് രൂപീകരിക്കുന്നത്. ബാഹ്യകോണുകളുടെ തുക എപ്പോഴും 360^0 ആയതുകൊണ്ട് ഈ ശ്രേണി 360^0, 360^0, 360^0,........ എന്നതാണ്

മുകളിൽ എഴുതിയിരിക്കുന്ന ശ്രേണികളിൽ

3,4,5, ...

180^0, 360^0, 540^0, . . .

360^0, 360^0, 360^0, . . .

എന്നീ ശ്രേണികൾ സമാന്തരശ്രേണിയിലാണ് ഇവയിൽ ആദ്യത്തെ സമാന്തരശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം 1-ഉം, രണ്ടാമത്തേതിന്റെ പൊതുവ്യത്യാസം 180 ഉം, മൂന്നാമത്തേതിന്റെ പൊതുവ്യത്യാസം പൂജ്യവുമാണ്.

ആശയം

* സമാന്തരശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം കാണുന്നതിന്
* സമാന്തരശ്രേണിയുടെ നിശ്ചിതപദം കാണുന്നതിന്
* സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുന്നതിന്

പ്രവർത്തനം -2

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ 5 -ാം പദം 34 ഉം, 9 -ാം പദം 58 ഉം ആണ്.

a) ശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം എത്ര ?

b) ശ്രേണിയുടെ 25 -ാം പദം എത്ര ?

c) ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എന്ത് ?

വിശകലനം

a) സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ 5 -ാം പദത്തിന്റെ കൂടെ നാല് തവണ പൊതുവ്യത്യാസം കൂട്ടിയാൽ 9 -ാം പദം കിട്ടും പൊതുവ്യത്യാസം d ആയാൽ

4d = 9 -ാം പദം - 5 -ാം പദം

ഇതിൽ നിന്നും പൊതുവ്യത്യാസം, d = 6 എന്നു കാണാം.

b) ശ്രേണിയുടെ 5 -ാം പദത്തിന്റെ കൂടെ 20 തവണ പൊതുവ്യത്യാസം കൂട്ടിയാൽ 25 -ാം പദം കിട്ടും അതായത്

25 -ാം പദം = 5 -ാം പദം + 20 d

ഇതിൽ നിന്നും 25 -ാം പദം = 154 എന്ന് കിട്ടും

c) സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ n -ാം പദം കാണുന്നതിന് 5 -ാം പദത്തിന്റെ കൂടെ (n -5) തവണ പൊതുവ്യത്യാസം കൂട്ടിയാൽ മതി. അല്ലെങ്കിൽ 9 -ാം പദത്തിന്റെ കൂടെ

(n-9) തവണ പൊതുവ്യത്യാസം കൂട്ടിയാൽ മതി

അതായത് n -ാം പദം, x_n = 5-ാം പദം + (n -5) d അല്ലെങ്കിൽ 9 -ാം പദം + (n - 9)d ഇതിൽ നിന്നും x_n = 6n +4 ആണെന്ന് കാണാം

x_m, x_n എന്നിവ ഒരു സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ രണ്ട് പദങ്ങൾ ആയാൽ,

$(n-m)d = x_n - x_m$ ആയിരിക്കും

അതായത് d =

അതുപോലെ $x_n = x_m + (n-m)d$ ആയിരിക്കും

ആശയം

* സമാന്തരശ്രേണിയുടെ നിശ്ചിതപദം കാണുന്നതിന്
* സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുന്നതിന്
* സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ഒരു പദത്തിന്റെ പദസ്ഥാനം കാണുന്നതിന്

പ്രവർത്തനം -3

പൊതുവ്യത്യാസം 7 ആയ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ 8 -ാം പദം - 50 ആണ്.

a) ശ്രേണിയുടെ 20 -ാം പദം എത്ര ?

b) ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക

C) ശ്രേണിയുടെ എത്രാം പദമാണ് 160 ?

വിശകലനം

a) സമാന്തരശ്രേണിയുടെ 8-ാം പദത്തിന്റെ കൂടെ 12 തവണ പൊതുവ്യത്യാസം കൂട്ടിയാൽ 20 -ാം പദം കിട്ടും?

അതായത് 20 -ാം പദം = 8-ാം പദം +12 d =34

b) ശ്രേണിയുടെ n -ാം പദം, $x_n = x_8 + (n-8)d = 7n - 106$

c) 20-ാം പദം =34 ആണല്ലോ

എങ്കിൽ 34 ന്റെ കൂടെ എത്ര തവണ പൊതുവ്യത്യാസം കൂട്ടിയാൽ 160 കിട്ടും എന്ന് കണക്കാക്കിയാൽ 160 ന്റെ പദസ്ഥാനം കാണുവാൻ കഴിയും.

പൊതുവ്യത്യാസങ്ങളുടെ എണ്ണം =

160 ന്റെ പദസ്ഥാനം = $\frac{160 - 34}{7} + 20 = 38$

ഇതിനെ മറ്റൊരു രീതിയിലും പരിഹരിക്കാം.

ശ്രേണിയുടെ ബിജഗണിതരൂപം 7n -106 ആണ്. അപ്പോൾ n -ാം പദം = 160 എന്നെടുത്താൽ

$7n - 106 = 160$

n = 266/7 =38 എന്നു കിട്ടും.

ആശയം

* ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം കാണുന്നതിന്
* ശ്രേണിയുടെ നിശ്ചിതപദങ്ങൾ കാണുന്നതിന്
* ശ്രേണിയുടെ ചിലപദങ്ങളുടെ പദസ്ഥാനങ്ങൾ കാണുന്നതിന്

പ്രവർത്തനം -4

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം 4n+6 ആണ്.

a) ശ്രേണിയുടെ 15 -ാം പദം എത്ര ?

b) ശ്രേണിയുടെ എത്രാം പദമാണ് 110?

വിശകലനം

a) ഒരു ശ്രേണിയുടെ എല്ലാ പ്രത്യേകതകളും വ്യക്തമാക്കുന്ന ബീജഗണിതവാചകമാണ് ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം. ഈ ബീജഗണിതരൂപം അതായത്, n -ാം പദം 4 n+6 ആയാൽ, 15 -ാം പദം കാണുന്നതിന് 4 n+6 എന്നതിൽ

n= 15 എന്നെടുത്താൽ മതി.

അതായത് 15 -ാം പദം = 4 x 15 +6 =66

b) 110 ന്റെ പദസ്ഥാനം കാണുന്നതിന് 4n + 6= 110 എന്ന സമവാക്യത്തൽ നിന്നും n വില കണ്ടെത്തിയാൽ മതി

ആശയം

* സമാന്തരശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം കാണുന്നതിന്
* സമാന്തരശ്രേണിയുടെ രണ്ട് പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം പദസ്ഥാനങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസത്തിന് ആനുപാതികമാണെന്ന് കാണുന്നതിന്
* ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളെ തിരിച്ചറിയുന്നതിന്

പ്രവർത്തനം -5

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ 6 -ാം പദം 27, 10 -ാം പദം 43

a) ശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം എത്ര ?

b) ഈ ശ്രേണിയുടെ രണ്ട് പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 100 ആകുമോ ?

c) ഈ ശ്രേണിയിൽ 75 ഒരു പദമാകുമോ ?

വിശകലനം

a) ശ്രേണിയുടെ 6 -ാം പദം = 27; 10 -ാം പദം 43 അതിനാൽ 4d = 43-27

പൊതുവ്യത്യാസം = 16/4 = 4 എന്നു കിട്ടും

b) ശ്രേണിയുടെ ഏത് രണ്ട് പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസവും പൊതുവ്യത്യാസത്തിന്റെ ഗുണിതമായിരിക്കും ഇവിടെ 100 പൊതു വ്യത്യാസമായ 4ന്റെ ഗുണിതമാണ്. (100 = 25 x 4) അതിനാൽ രണ്ട് പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 100 ആകും

c) 75 ഈ ശ്രേണിയിലെ പദം ആകണമെങ്കിൽ 75 ഉം മറ്റൊരു പദവും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം പൊതുവ്യത്യാസമായ 4 ന്റെ ഗുണിതമാവണം

അതായത് 75 - 6 -ാം പദം = 75 -27 = 48

പൊതുവ്യത്യാസമായ 4 ന്റെ ഗുണിതമാണ് 48 അതിനാൽ 75 ശ്രേണിയിലെ ഒരു പദമാണ്.

ആശയം

* സമാന്തരശ്രേണി രൂപീകരിക്കുന്നതിന്
* സമാന്തരശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളെ തിരിച്ചറിയുന്നതിന്
* ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ രണ്ട് പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം അവയുടെ പദസ്ഥാനങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസത്തിന് ആനുപാതികമാണെന്ന് കാണുന്നതിന്

പ്രവർത്തനം -6

a) പൊതുവ്യത്യാസം 6 ആയ ഒരു സമാന്തരശ്രേണി എഴുതുക

b) ഈ ശ്രേണിയിലെ ഏതെങ്കിലും രണ്ട് പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 100 ആകുമോ? ഉത്തരം സമർത്ഥിക്കുക

c) ഈ ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങൾ മാത്രം ഉൾപ്പെടുന്നതും പൊതുവ്യത്യാസം 12 ആയതും പൊതുവായ ഒരു പദം പോലും ഇല്ലാത്തതുമായ രണ്ട് സമാന്തരശ്രേണികൾ എഴുതുക.

d) ഇപ്പോൾ എഴുതിയ ഓരോ ശ്രേണിയിലും ഏതെങ്കിലും രണ്ട് പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 100 ആകുമോ ?

വിശകലനം

പൊതുവ്യത്യാസം 6 ആയ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ രണ്ട് പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 6 ന്റെ ഗുണിതമായിരിക്കും. 100 പൊതുവ്യത്യാസമായ 6 ന്റെ ഗുണിതമല്ല ഇപ്പോൾ എഴുതിയ ശ്രേണിയിലെ ഒന്നിടവിട്ട പദങ്ങൾ എഴുതിയാൽ പൊതുവ്യത്യാസം 12 ആയ സമാന്തരശ്രേണി കിട്ടും. 12ന്റെ ഗുണിതമല്ല 100 അതിനാൽ രണ്ട് പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 100 ആകില്ല.

ആശയം

* സമാന്തരശ്രേണികൾ രൂപീകരിക്കുന്നതിന്
* സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം കാണുന്നതിന്
* സമാന്തരശ്രേണിയിലെ പദത്തിന്റെ പദസ്ഥാനം കാണുന്നതിന്

പ്രവർത്തനം -7

1 മുതൽ തുടർച്ചയായ എണ്ണൽ സംഖ്യകളെ 4 കൊണ്ട് ഗുണിച്ച് 3 കുറച്ച് കിട്ടുന്ന ശ്രേണി എഴുതുക.

a) ഇത് ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയാണോ?

b) ഈ ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിത രൂപം എഴുതുക

c) ഈ ശ്രേണിയിൽ 101 എത്രാമത്തെ പദമാണ്?

വിശകലനം

1 മുതൽ തുടർച്ചയായ എണ്ണൽ സംഖ്യകളെ 4 കൊണ്ട് ഗുണിച്ച് 3 കുറച്ച് കിട്ടുന്ന ശ്രേണിയാണ് 1,5,9,13, ...

ഈ സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം $4n-3$ എന്നു കിട്ടും. അതായത് n നെ 4 കൊണ്ട് ഗുണിച്ച് 3 കുറയ്ക്കണം. 101 ന്റെ പദസ്ഥാനം കിട്ടുവാൻ $4n-3 = 101$ എന്ന സമവാക്യത്തിൽ n ന്റെ വിലകണ്ടുപിടിച്ചാൽ മതി.

ആശയം

* തുടർച്ചയായ എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുക കാണുന്നതിന്

പ്രവർത്തനം -8

ഒരു വൃത്തം വരച്ച് അതിൽ 20 കുത്തുകൾ ഇട്ടിരിക്കുന്നു. ഇതിലെ ഏതെങ്കിലും രണ്ട് കുത്തുകൾ യോജിപ്പിച്ച് കൊണ്ട് ഒരു വര വരക്കാമല്ലോ. എങ്കിൽ ഈ വൃത്തത്തിൽ പരാമാവധി എത്ര വരകൾ വരയ്ക്കാം?

വിശകലനം

വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്നും മറ്റ് 19 ബിന്ദുക്കളിലേക്ക് വരകൾ വരയ്ക്കാം. അതായത് ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്നും 19 വരകൾ വരയ്ക്കാമെന്നർത്ഥം. ഇങ്ങനെ മുഴുവനും വരയ്ക്കുമ്പോൾ, ഓരോ വരയും രണ്ട് തവണ എണ്ണുന്നതായി വരും (അതായത് a യിൽ നിന്നും b യിലേക്ക് വരക്കുന്ന വരയും b യിൽ നിന്നും a യിലേക്ക് വരക്കുന്ന വരയും ഒരു വരതന്നെയാണ്)

അതിനാൽ വരകളുടെ എണ്ണം = $19 \times 20/2 = 190$

മറ്റൊരു രീതിയിൽ, ഇത് 1 മുതൽ 19 വരയുള്ള എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുകയാണ്.

അതായത് $19 \times (19+1)/2 = 190$

ആശയം

* 1 മുതൽ തുടർച്ചയായ എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുക കാണുന്നതിന്

പ്രവർത്തനം -9

1						
2	3					
4	5	6				
7	8	9	10			
-	-	-	-	-		
-	-	-	-	-	-	
-	-	-	-	-	-	-

മുകളിലെഴുതിയ സംഖ്യാ പാറ്റേണിൽ ഏറ്റവും അവസാനത്തെ വരി 20 -ാം വരിയാണ്.

a) ഈ വരിയിലെ ആദ്യത്തേയും അവസാനത്തേയും സംഖ്യകൾ എഴുതുക

b) ഈ വരിയിലെ മുഴുവൻ സംഖ്യകളുടേയും തുക കാണുക

വിശകലനം

ഈ പാറ്റേണിലെ ഓരോ വരിയിലേയും അവസാനസംഖ്യകൾ തുടർച്ചയായ എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുകയാണ്.

19 -ാം വരിയിലെ അവസാനസംഖ്യ 1+2+3+............+19

= 19 x 20/2 = 190

20 -ാം വരിയിലെ ആദ്യസംഖ്യ 191

20 -ാം വരിയിലെ അവസാനസംഖ്യ 210

191 മുതൽ 210 വരെയുള്ള എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുക

= 20/2 (191+210) = 4010

ആശയം

* സമാന്തരശ്രേണിയുടെ തുടർച്ചയായ പദങ്ങളുടെ തുക കാണുന്നതിന്

* തുകയുടെ ബീജഗണിത രൂപം കാണുന്നതിന്

പ്രവർത്തനം -10

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ 5 -ാം പദം 60, പൊതുവ്യത്യാസം 7 ഉം ആണ്.

a) ശ്രേണിയുടെ 16 -ാം പദം എത്ര ?

b) ശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 20 പദങ്ങളുടെ തുകയെത്ര ?

c) ശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുകയെത്രയായിരിക്കും ?

വിശകലനം

a) ശ്രേണിയുടെ 16 -ാം പദം = 5 -ാം പദം +11 d = 137

b) ശ്രേണിയുടെ 1 -ാമത്തേയും 20 -ാമത്തെയും പദങ്ങളുടെ തുക 5 -ാമത്തേയും 16

-ാ മത്തേയും പദങ്ങളുടെ തുകയ്ക്ക് തുല്യമായിരിക്കും.

അതായത് 20 പദങ്ങളുടെ തുക = 20/2 (1 -ാം പദം + 20-ാം പദം)

= 20/2 (5-ാം പദം + 16-ാം പദം)

= 1970

c) ശ്രേണിയുടെ n -ാം പദം 1, x_n = 5-ാം പദം + (n -5) d

= 7n + 25

1-ാം പദം) = 32

ശ്രേണിയുടെ n പദങ്ങളുടെ തുക = n/2 (x_1 +x_n)

= $7/2\, n^2 + 57/2\, n$

* സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം d, ആദ്യ പദം f ആയാൽ

n -ാം പദം, $x_n = f + (n-1)\, d$

$= dn + f - d$

* പൊതുവ്യത്യാസം d , m -ാം പദം x_m ആയാൽ

n -ാം പദം, $x_n = x_m + (n-m)\, d$

* n -ാം പദം, x_n, m -ാം പദം, x_m ആയാൽ

പൊതുവ്യത്യാസം $d = \dfrac{x_n - x_m}{n - m}$

* പൊതുവ്യത്യാസം d, m -ാം പദം x_m ആയാൽ

K - എന്ന പദത്തിന്റെ പദസ്ഥാനം = $\dfrac{k - x_m}{d} + m$

* രണ്ട് പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം പൊതുവ്യത്യാസത്തിന്റെ ഗുണിതമായിരിക്കും. (പദവ്യത്യാസം = പൊതുവ്യത്യാസം x പദസ്ഥാനങ്ങളുടെ വ്യത്യാസം)

* സമാന്തര ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളെ പൊതുവ്യത്യാസം കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ഒരേ ശിഷ്ടം കിട്ടും.

* 1 മുതൽ തുടർച്ചയായ n എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുക = n (n+1)/2

* x ആദ്യപദവും, x_n , n -ാം പദവും ആയ സമാന്തരശ്രേണിുടെ

n പദങ്ങളുടെ തുക $\dfrac{d}{2}$ = n/2 (x_1 +x_n)

= n/2 (x_p + x_q) ; p+q = n+1

* ആദ്യപദം f ഉം പൊതുവ്യത്യാസം d യുമായ സമാന്തരശ്രേണിയുടെ

n പദങ്ങളുടെ തുക = n^2 + (f - d/2) n

പദങ്ങളുടെ എണ്ണം ഒറ്റസംഖ്യയായാൽ, പദങ്ങളുടെ തുക / പദങ്ങളുടെ എണ്ണം = മധ്യപദം

പദങ്ങളുടെ എണ്ണം ഇരട്ടസംഖ്യയായാൽ, പദങ്ങളുടെ തുക / പദങ്ങളുടെ എണ്ണം = ഒരുജോടിയുടെ തുക

ചില ചോദ്യങ്ങൾ കൂടി

1. 10,16,22,... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിൽ

   a. 25 -ാം പദം എത്ര ?

   b. എത്രാം പദമാണ് 214 ?

   c. രണ്ട് പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 200 ആകുമോ ?

   d. 280 ഈ ശ്രേണിയിലെ ഒരു പദമാണോ ?

2. -61, -57, -53,... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിൽ

   a. പൂജ്യം ഒരു പദമാകുമോ ?

   b. എത്രന്യൂനസംഖ്യാപദങ്ങൾ ഉണ്ട് ?

   c. ആദ്യത്തെ അധിസംഖ്യാപദം ഏത് ?

3. a) 1 മുതൽ തുടർച്ചയായ ഒറ്റസംഖ്യകളെ 3 കൊണ്ട് ഗുണിച്ച് 2 കുറച്ച് ശ്രേണി എഴുതുക

   b) ഇതൊരു സമാന്തര ശ്രേണിയാണോ ? എന്തുകൊണ്ട് ?

   c) എത്രാമത്തെ പദമാണ് 103 ?

4. $^{17}/_{14}$, $^{20}/_{14}$, $^{23}/_{14}$, ... എന്നീ സമാന്തരശ്രേണിയിൽ

   a) അടുത്ത മൂന്ന് പദങ്ങൾ കൂടി എഴുതുക .

   b) ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിത രൂപം എഴുതുക

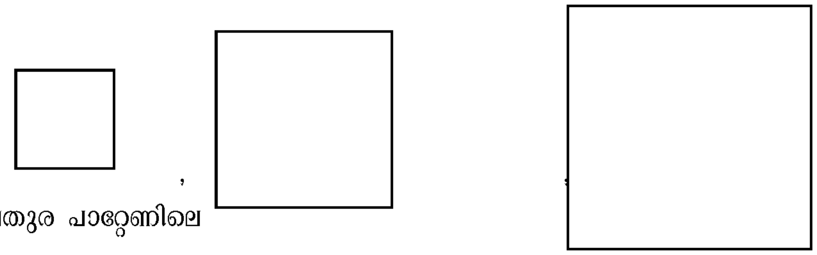
   c) ഈ ശ്രേണിയിലെ പൂർണ്ണസംഖ്യാ പദങ്ങളുടെ ശ്രേണി എഴുതുക.

5. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ മൂന്നാം പദവും, അഞ്ചാം പദവും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം 3 : 7

   a) 4 -ാം പദവും, ആറാം പദവും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം എത്ര?

   b) 6 -ാം പദവും, 12 -ാം പദവും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം എത്ര?

6. ഒരേ നീളമുള്ള ഈർക്കിലുകൾ ഉപയോഗിച്ച് സമചതുരങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കുകയാണ് ഒരു കുട്ടി



ഈ സമചതുര പാറ്റേണിലെ

   a) ഓരോ സമചതുരത്തിലും ഉപയോഗിച്ച കമ്പുകളുടെ എണ്ണങ്ങളുടെ ശ്രേണി എഴുതുക, ഇതൊരു സമാന്തര ശ്രേണിയാണോ ?

   b) ഒരു കമ്പിന്റെ നീളം 3 സെന്റീമീറ്റർ ആയാൽ സമചതുരങ്ങളുടെ ചുറ്റളവുകളുടെ ശ്രേണി എഴുതുക. ഇതൊരു സമാന്തര ശ്രേണിയാണോ ?

   c) പരപ്പളവുകളുടെ ശ്രേണി എഴുതുക. ഇതൊരു സമാന്തര ശ്രേണിയാണോ ?

d) ഇങ്ങനെ ഉണ്ടാക്കുന്ന 10 ാമത്തെ സമചതുരത്തിലെ കമ്പുകളുടെ എണ്ണം എത്രയായിരിക്കും. ? പരപ്പളവ് എത്രയായിരിക്കും ?, ചുറ്റളവ് എത്ര ?

7. ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന സംഖ്യാ പാറ്റേൺ നോക്കൂ

2						
4	6					
8	10	12				
14	16	18	20			
22	24	26	28	30		
-	-	-	-	-	-	
-	-	-	-	-	-	-

a) ഈ പാറ്റേണിലെ 20 -ാം വരിയിലെ ആദ്യസംഖ്യയും അവസാന സംഖ്യയും എഴുതുക.

b) ഈ പാറ്റേണിലെ 20 -ാം വരിയിലെ സംഖ്യകളുടെ തുക എത്ര?

c) ഓരോ വരിയിലേയും അവസാനസംഖ്യകളും 2, 4, 6, ... എന്ന സംഖ്യാശ്രേണിയും തമ്മിൽ എങ്ങനെ ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു.

8. 8, 14, 20, 26, ...
34, 38, 42, 46, ...

മുകളിലെഴുതിയ രണ്ട് സമാന്തരശ്രേണികൾക്ക് ഒരേ സംഖ്യ ഒരേ പദസ്ഥാനത്ത് പദമായി വരുമോ? ഉത്തരം സമർത്ഥിക്കുക.

9 ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 15 പദങ്ങളുടെ തുക 570. ശ്രേണിയുടെ 12 -ാം പദം 62

a) ശ്രേണിയുടെ 30 പദങ്ങളുടെ തുക എത്ര?

b) ശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുക എത്ര ?

10. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 9 പദങ്ങളുടെ തുക 207. ആദ്യത്തെ 20 പദങ്ങളുടെ തുക 900.

a) ശ്രേണിയുടെ 5 -ാം പദം എത്ര?

b) ശ്രേണിയുടെ 16 -ാം പദം എത്ര?

c) ശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുക കാണുക ?

11. 7 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ 3 ശിഷ്ടം വരുന്ന മൂന്നക്കസംഖ്യകളുടെ ശ്രേണി എഴുതുക. ഈ ശ്രേണിയിൽ എത്രസംഖ്യകൾ ഉണ്ട് ? ഈ സംഖ്യകളുടെ തുക കാണുക.

12. 6,10,14 ... എന്ന സമാന്തര ശ്രേണിയിലെ സംഖ്യകൾ ഉപയോഗിച്ച് 64 കളങ്ങൾ ഉള്ള ഒരു മാന്ത്രികചതുരം ഉണ്ടാക്കിയിരിക്കുന്നു.

a) ഈ മാന്ത്രികചതുരത്തിലെ ഏറ്റവും വലിയസംഖ്യ ഏത് ?

b) മാന്ത്രികചതുരത്തിലെ ഒരു വരിയിലെ / നിരയിലെ മുഴുവൻ സംഖ്യകളുടേയും തുക കാണുക.

2 വൃത്തങ്ങൾ

വൃത്തങ്ങളെ കുറിച്ചും, വൃത്തങ്ങളുടെ അളവുകളെ കുറിച്ചും ഒമ്പതാം ക്ലാസിൽ പഠിച്ചതിന്റെ തുടർച്ചയാണ് പത്താം ക്ലാസിലെ വൃത്തങ്ങൾ എന്ന പാഠഭാഗം. ചാപങ്ങൾ അവയുടെ കേന്ദ്രകോണുകൾ എന്നിവ കുട്ടികൾ പരിചയപ്പെട്ടു കഴിഞ്ഞു. അർദ്ധവൃത്തത്തിലെ കോൺ മട്ടകോൺ ആയിരിക്കും എന്ന ആശയം രൂപീകരിക്കുന്ന ചർച്ചയിൽ തന്നെ വൃത്തവ്യാസത്തിന്റെ അഗ്രബിന്ദുക്കൾ വൃത്തത്തിനകത്തെ ബിന്ദുവിൽ ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ 90^0 ൽ കൂടുതലായിരിക്കുമെന്നും വൃത്തത്തിന് പുറത്തെ ബിന്ദുവിൽ ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ 90^0 യിൽ കുറവായിരിക്കുമെന്നും ക്രോഢീകരിക്കുന്നു. ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ, ചാപം, മറുചാപത്തിൽ ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണിന്റെ ഇരട്ടിയായിരിക്കുമെന്നും, ഇതിലൂടെ പരിവൃത്ത ആരവും, രണ്ട് കോണുകളും ഉപയോഗിച്ച് ത്രികോണം നിർമ്മിക്കുന്നതെങ്ങനെയെന്ന ആശയവും രൂപപ്പെടുത്തിയെടുക്കുന്നു. തുടർന്ന് ചക്രീയ ചതുർഭുജത്തിന്റെ എതിർ ശീർഷകോണുകൾ അനുപൂരകമാണെന്ന ആശയം രൂപപ്പെടുത്തുന്നു. വൃത്തത്തിലെ AB, CD എന്നീ ഞാണുകൾ വൃത്തത്തിനകത്തും, പുറത്തും P എന്ന ബിന്ദുവിൽ ഖണ്ഡിക്കുമ്പോൾ PA x PB = PC x PD ആയിരിക്കുമെന്നും ഇതിലൂടെ ഒരു ബഹുഭുജത്തിനെ അതേപരപ്പളവുള്ള സമചതുര മാക്കുന്നതെങ്ങനെയെന്ന ചർച്ചയും നടക്കുന്നു. ബഹുജനങ്ങളുടെ സമചതുരീകരണം (Squaring of polygons) എന്ന ചർച്ചയിലൂടെ ഈ പാഠഭാഗം അവസാനിക്കുന്നു.

ആശയങ്ങൾ

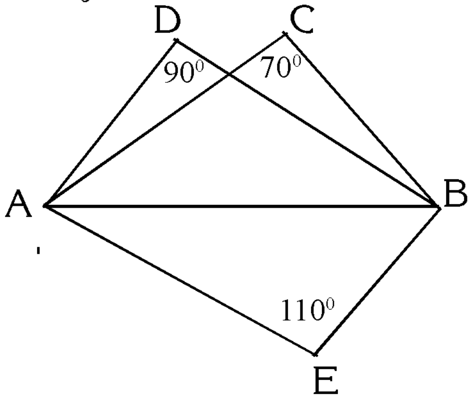
* വൃത്തത്തിലെ ഒരു വ്യാസത്തിന്റെ അഗ്രബിന്ദുക്കളെ വൃത്തത്തിലെ മറ്റേതൊരു ബിന്ദുവുമായി യോജിപ്പിച്ചാൽ കിട്ടുന്നത് മട്ടകോണാണ്.

* വ്യാസത്തിന്റെ അഗ്രബിന്ദുക്കളെ വൃത്തത്തിനുള്ളിലെ ഒരു ബിന്ദുവുമായി യോജിപ്പിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന കോൺ 90^0 യിൽ കൂടുതലായിരിക്കും

* വ്യാസത്തിന്റെ അഗ്രബിന്ദുക്കളെ വൃത്തത്തിന് വെളിയിലുള്ള ഒരു ബിന്ദുവുമായി യോജിപ്പിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന കോൺ 90^0 യിൽ കുറവായിരിക്കും

പ്രവർത്തനം -1

ചിത്രത്തിൽ AB വ്യാസം D, C, E എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ AB വ്യാസമായി വരുന്ന വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുക്കൾ ആണോ ? എന്തുകൊണ്ട് ?



വിശകലനം

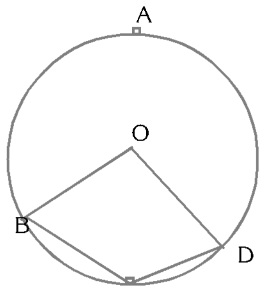
∠ C = 70° ഇത് 90° യേക്കാൾ കുറവായതിനാൽ വൃത്തത്തിന് വെളിയിലുള്ള ബിന്ദു.

∠ E = 110° ഇത് 90° യേക്കാൾ കൂടുതലായതിനാൽ വൃത്തത്തിന് ഉള്ളിലെ ബിന്ദു.

∠ D = 90° ഇത് 90° ആയതിനാൽ വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദു.

ആശയം

വൃത്തത്തിലെ ഒരു ചാപം കേന്ദ്രത്തിലുണ്ടാകുന്ന കോണിന്റെ പകുതിയാണ് ആ ചാപം അതിന്റെ മറുചാപത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവിൽ ഉണ്ടാകുന്ന കോൺ



പ്രവർത്തനം -2

ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രം

∠ BOD = 100°, ∠A, ∠C ഇവകാണുക ?

വിശകലനം

ചാപം BCD യുടെ കേന്ദ്ര കോണിന്റെ പകുതിയാണ് ∠A

∠A = 50°, ∠C= (360 -100) /2 =130°

ആശയം

* പരിവൃത്ത ആരവും 2 കോണുകളും തന്നാൽ ത്രികോണം നിർമ്മിക്കുന്നതിന്

പ്രവർത്തനം -3

പരിവൃത്ത ആരം 3 cm ഉം കോണുകൾ 50°, 70° ആയ ഒരു ത്രികോണം നിർമ്മിച്ച് വശങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ അളന്നെഴുതുക

വിശകലനം

ത്രികോണത്തിന്റെ ഒരു കോൺ 50° ആകുമ്പോൾ പരിവൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിലുണ്ടാകുന്ന കോൺ 100°. അതുപോലെ ഒരു കോൺ 70°, ആയാൽ കേന്ദ്രത്തിലുണ്ടാകുന്ന കോൺ 140°, വൃത്തം വരച്ച് ഈ കേന്ദ്രകോണുകൾ വരച്ച് ത്രികോണം നിർമ്മിക്കുക

ആശയം

* ഒരു ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോണിന്റെ പകുതിയാണ്. ആ ചാപം അതിന്റെ മറ്റു ചാപത്തിൽ ഉണ്ടാകുന്ന കോൺ

പ്രവർത്തനം -4

കോമ്പസ്സും, സ്കെയിലും മാത്രം ഉപയോഗിച്ച് 15° അളവുള്ള ഒരു കോൺ വരയ്ക്കുക.

വിശകലനം

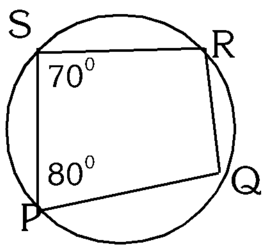
വൃത്തം വരയ്ക്കുക. കോമ്പസ്സ് ഉപയോഗിച്ച് 60°, കോൺ ∠ AOB നിർമ്മിക്കുക. മറുചാപത്തിലെ കോൺ ∠ ACB 30° വരയ്ക്കുക C കേന്ദ്രമായി മറ്റൊരു വൃത്തം വരയ്ക്കുക. അതിന്റെ മറ്റുചാപത്തിലെ കേൺ 15° ആണ്.

ആശയം

* ഒരു ചക്രീയ ചതുർഭുജത്തിന്റെ എതിർ ശീർഷകോണുകൾ അനുപൂരകങ്ങളാണ്.

പ്രവർത്തനം -5

ചിത്രത്തിൽ $\angle Q$, $\angle R$ ഇവ കണ്ടുപിടിക്കുക



വിശകലനം

$\angle P + \angle R = 180^0$

$\therefore \angle R = 100^0$

$\angle S + \angle Q = 180^0$

$\therefore \angle Q = 110^0$

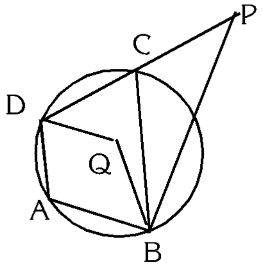
ആശയം

* ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ 3 മൂലകളിൽ കൂടി വരയ്ക്കുന്ന വൃത്തത്തിന് പുറത്താണ് നാലാമത്തെ മൂലയെങ്കിൽ ആ മൂലയിലേയും എതിർ മൂലയിലേയും കോണുകളുടെ തുക 180^0 യേക്കാൾ കുറവായിരിക്കും. അകത്താണെങ്കിൽ 180^0 യേക്കാൾ കൂടുതലായിരിക്കും

പ്രവർത്തനം -6

വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുക്കളാണ് A, B, C, D, -Q വൃത്തത്തിനകത്തെ ബിന്ദുവും P വൃത്തത്തിനുപുറത്തെ ബിന്ദുവും (അനുയോജ്യമായ രീതിയിൽ ചേർത്തെഴുതുക)

A	B
$\angle BAD + \angle BQD$	180^0
$\angle BAD + \angle BCD$	170^0
$\angle BAD + \angle BPD$	210^0



വിശകലനം

ചതുർഭുജം ABQD യിൽ Q വൃത്തത്തിനുള്ളിലായതിനാൽ എതിർ കോണുകളുടെ തുക 180^0 ൽ കൂടുതലായിരിക്കും

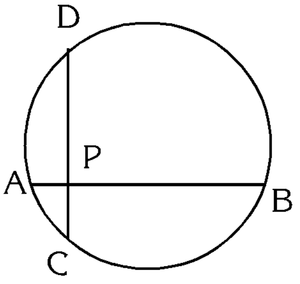
ചതുർഭുജം ABPD യിൽ P വൃത്തത്തിന് വെളിയിലായതിനാൽ എതിർ കോണുകളുടെ തുക 180^0 ൽ കുറവായിരിക്കും

ചതുർഭുജം ABCD യിൽ എതിർകോണുകൾ അനുപൂരകങ്ങൾ ആണ്.

ആശയം

* ഒരു വൃത്തത്തിലെ 2 ഞാണുകൾ AB,CD എന്നിവ P യിൽ (വൃത്തത്തിനുള്ളിലോ വെളിയിലോ) ഖണ്ഡിച്ചാൽ PA x PB = PC x PD

പ്രവർത്തനം 7



ചിത്രത്തിൽ PA = 3 cm

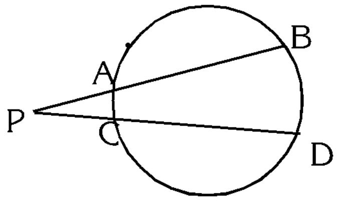
PB = 8 cm, PD = 4 cm

ആയാൽ PC കാണുക

വിശകലനം

$$PC = \frac{PA \times PB}{PD} = \frac{3 \times 8}{4} = 6 \text{ cm}$$

പ്രവർത്തനം 8



ചിത്രത്തിൽ AB, CD എന്നീ ഞാണുകൾ

വൃത്തത്തിന് വെളിയിൽ P യിൽഖണ്ഡിക്കുന്നു.

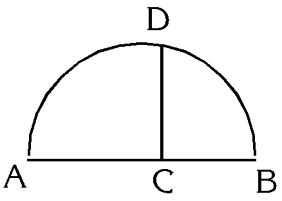
PA = 4 cm, PB = 10 cm, PC = 2 cm, PD കാണുക

വിശകലനം

$$PO = \frac{PA \times PB}{PC}$$

$$= \frac{10 \times 4}{2} = 20 \text{ cm}$$

പ്രവർത്തനം 9



ചിത്രത്തിൽ AB വ്യാസവും CD ലംബവുമാണ്

$AC \times CB = CD^2$

വിശകലനം

AC = 9 cm, CB = 4 cm, CD

$CD^2 = 9 \times 4 = 36$

CD = 6 cm

ആശയം

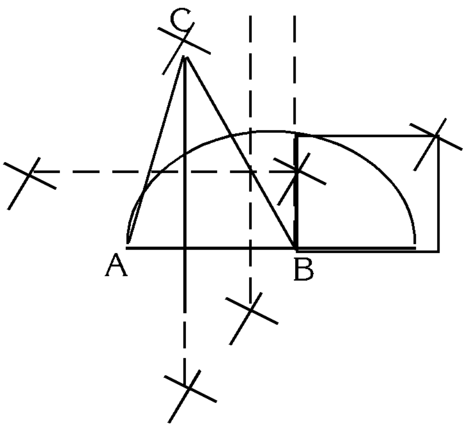
* ഒരു ത്രികോണത്തിന് തുല്യപരപ്പുളവുള്ള സമചതുരം നിർമ്മിക്കുന്നതിന്

പ്രവർത്തനം 10

△ABC യിൽ AB = 5 cm, AC = 6 cm,

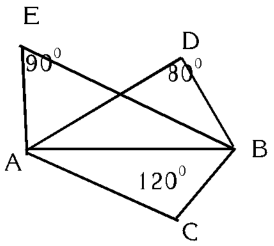
∠ A = 70^0

ത്രികോണം നിർമ്മിച്ച് അതിന്റെ പരപ്പളവിന് തുല്യപരപ്പുളവുള്ള സമചതുരം നിർമ്മിക്കൂ



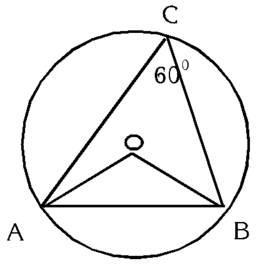
ചില ചോദ്യങ്ങൾ കൂടി

1. C, E, D എന്നിവ AB വ്യാസമായി വരുന്ന വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുക്കളാണോ ? എന്തുകൊണ്ട് ?

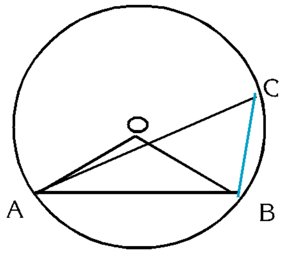


2. ചിത്രത്തിൽ ∠ ACB = 60^0

△ AOB, യിലെ കോണുകൾ കാണുക

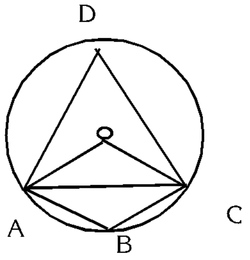


3.ചിത്രത്തിൽ ചാപം ACB യുടെ കേന്ദ്രകോൺ 200^0 ആയാൽ ∠ AOB, ∠ ACB ഇവ കാണുക



4. ചിത്രത്തിൽ ∠ OAC = 25^0

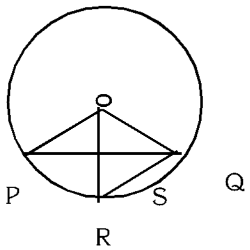
∠ ADC, ∠ ABC ഇവ കാണുക



5. ചിത്രത്തിൽ $\angle OPQ = 30^0$

$\angle ORQ = 40^0$ ആയാൽ PRQ, RSQ

എന്നീ ചാപങ്ങളുടെ കേന്ദ്രകോണുകൾ കാണുക

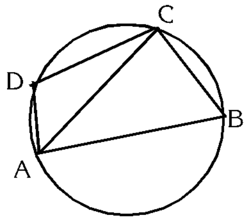


6. ചിത്രത്തിൽ AB വ്യാസം

$\angle ABC = 60^0$ ആയാൽ

$\angle ADC$, $\angle ACB$, $\angle BAC$

ഇവ കാണുക

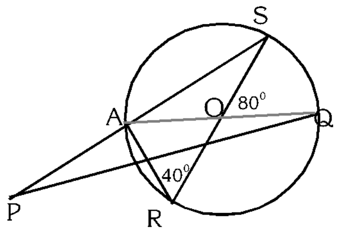


7.ചിത്രത്തിൽ SR, AQ ഇവ വ്യാസങ്ങൾ

$\angle SOQ = 80^0$

$\angle SRT = 40^0$

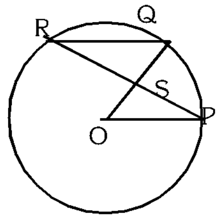
$\angle RST$, $\angle QPT$, ഇവ കാണുക ?



8. ചിത്രത്തിൽ $\angle POQ = 50^0$

$\angle RSQ = 80^0$ ആയാൽ

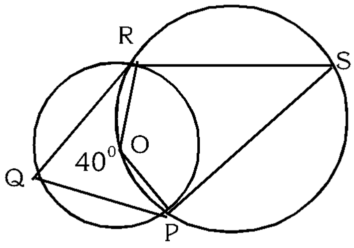
$\angle RQS$ കാണുക ?



9. ചിത്രത്തിൽ 0 ചെറിയ വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രം

$\angle PQR = 40^0$

$\angle POR$, $\angle PSR$ ഇവ കാണുക



10. ചിത്രത്തിൽ 0 വൃത്തകേന്ദ്രം

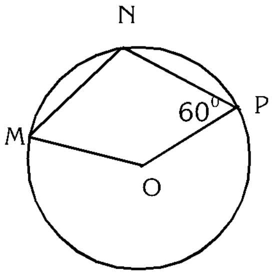
$\angle P = 60^0$ ചതുർഭുജം, OMNP

ചക്രീയചതുർഭുജമാണോ ?

$\angle MOP = 100$ ആയാൽ

ചതുർ ബുജത്തിന്റെ മറ്റു കോണുകൾ

കാണുക ?

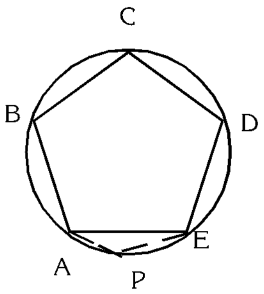


11. ചിത്രത്തിൽ ABCD ഒരു സമപഞ്ചഭുജം

A യ്ക്കും E യ്ക്കും ഇടയിലുള്ള ബിന്ദുവാണ് P

ചാപം APE യുടെ കേന്ദ്രകോൺ എത്ര ?

$\angle APE$ എത്ര ?

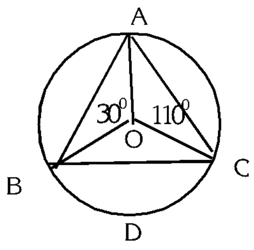


12. ചിത്രത്തിൽ $\angle AOC = 110^0$

$\angle OAB = 30^0$

ചാപം ABC ചാപം BDC ഇവയുടെ

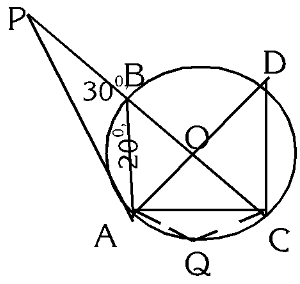
കേന്ദ്രകോണുകൾ കാണുക



13. ചിത്രത്തിൽ 0 വൃത്തകേന്ദ്രം

$\angle BPA = 30^0$, $\angle PAB = 20^0$

$\angle ABC$, $\angle ADC$, $\angle AQB$ ഇവ കാണുക



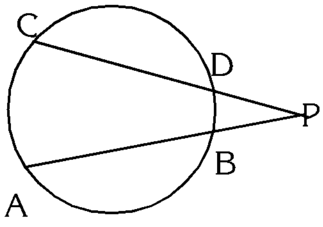
14.ചതുർഭുജം ABCD യിൽ $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$, $\angle D$, ഇവ യഥാക്രമം X^0, $2X^0$, $3X^0$, $4X^0$,

എന്നിവയാണ് ABCD ഒരു ചക്രീയ ചതുർഭുജമല്ലെന്ന് സ്ഥാപിക്കുക?

15 ചിത്രത്തിൽ AB = 8 cm

PB = 4 cm, CD = 13 cm

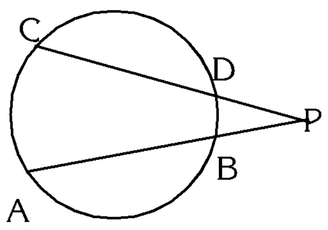
ആയാൽ PC, PD ഇവയുടെ നീളങ്ങൾ കാണുക



16 ചിത്രത്തിൽ PD: PB = 2:3

PA = 24 cm, ആയാൽ

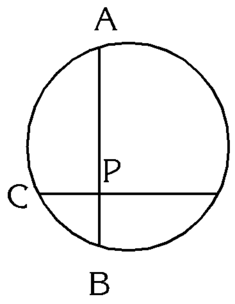
PC ഇവകാണുക



17 ചിത്രത്തിൽ AP = 6 cm

PB = 4 cm, CD = 10 cm

ആയാൽ PC കാണുക



18 വശങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ 7 cm, 5 cm, ഉള്ള ചതുരം വരയ്ക്കുക, ചതുരത്തിന്റെ അതേ പരപ്പുള്ള സമചതുരം വരയ്ക്കുക.

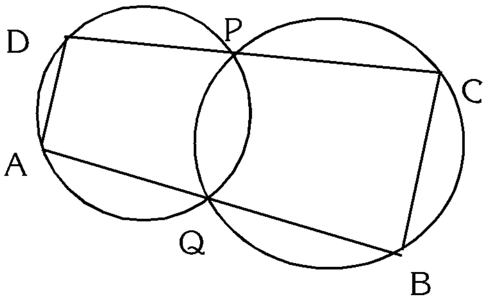
19 പരിവൃത്തത്തിന്റെ ആരം 4 cm ഉം , കോണുകൾ 60^0, 80^0 ആയ ഒരു ത്രികോണം നിർമ്മിക്കുക.

20. 6 cm വശമുള്ള സമഭുജത്രികോണം നിർമ്മിച്ച് അതിന്റെ പരപ്പളവിന് തുല്യ പരപ്പളവുള്ള ഒരു സമചതുരം നിർമ്മിക്കുക..

21. AB = 4 cm, BC = 6 cm, AC = 5 cm, ത്രികോണം ABC നിർമ്മിച്ച് ഇതിന് തുല്യ പരപ്പളവുള്ള സമചതുരം നിർമ്മിക്കുക

22. BC = 5 cm, $\angle B = 60^0$, $\angle C = 70^0$, ത്രികോണം ABC നിർമ്മിച്ച് തുല്യപരപ്പുളവുള്ള സമചതുരം നിർമ്മിക്കുക.

23.



ചിത്രത്തിൽ രണ്ട് വൃത്തങ്ങൾ P, Q എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു. $\angle A = \angle D$ ആയാൽ ചതുർഭുജം ABCD ചക്രീയ ചതുർഭുജമാണെന്ന് സമർത്ഥിക്കുക.

3. രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ

ബീജഗണിത പ്രാധാന്യമുള്ള അധ്യായമാണ് രണ്ടാം കൃതി സമവാക്യങ്ങൾ 8-ാം ക്ലാസിലെ സമവാക്യങ്ങളിലും, 9 -ാം ക്ലാസിലെ സമവാക്യജോടികളിലും സമവാക്യപരിഹാരം നടത്തുന്ന രീതി നാം പരിചയപ്പെട്ടിട്ടുണ്ട്. കൃതി രണ്ടായ സമവാക്യങ്ങളാണ് ഇവിടെ പരിഹാരിക്കുന്നതിനായി ശ്രമിക്കുന്നത്. വിവിധപ്രയോഗിക സന്ദർഭങ്ങളിലൂടെയും ജ്യാമിതീയ ചിന്തകളിലൂടെയും മറ്റും രൂപപ്പെടുന്ന രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ മാത്രമേ ഇവിടെ ചർച്ചചെയ്യുന്നുള്ളൂ. ഇങ്ങനെ രൂപപ്പെടുന്ന സമവാക്യങ്ങളെ വർഗം പൂർത്തീകരിച്ച് പരിഹാരം കാണുവാനാണ് തുടക്കത്തിൽ ശ്രമിക്കുന്നത്. ഈ രീതിയിലൂടെ സമവാക്യപരിഹാരത്തിന് ഒരു പൊതു മാർഗ്ഗം ചിട്ടപ്പെടുത്തുകയാണ് തുടർന്ന് ചെയ്യുന്നത്. സമവാക്യങ്ങളുടെ വിവേചകം കണ്ടെത്തികൊണ്ട് പരിഹാരങ്ങളുടെ സ്വഭാവം ചർച്ചചെയ്യുന്നു. വിവേചകം പൂജ്യമായാൽ സമവാക്യത്തിന് ഒരു പരിഹാരമേ ഉള്ളൂന്നും വിവേചകം അധിസംഖ്യ ആയാൽ ഒന്നിലധികം പരിഹാരം ഉണ്ടെന്നും, വിവേചകം ന്യൂനസംഖ്യയായാൽ സമവാക്യത്തിന് പരിഹാരമില്ല എന്ന ആശയവും ഇവിടെ രൂപപ്പെടുത്തിയെടുക്കുന്നു. ഇതിന്റെയൊക്കെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ ചിലപ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾക്ക് പരിഹാരം കണ്ടെത്താനുള്ള ചർച്ചയാണ് പാഠഭാഗത്തിന്റെ അവസാനം നടക്കുന്നത്.

ആശയം

* രണ്ടാംമൃതി സമവാക്യം രൂപീകരിച്ച് പരിഹാരം കാണുന്നതിന്

പ്രവർത്തനം 1

പൊതുവ്യത്യാസം 4 ആയ സമാന്തര ശ്രേണിയിലെ തുടർച്ചയായ രണ്ട് പദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലത്തോട് 4 കൂട്ടിയാൽ 16 ലഭിക്കും, എങ്കിൽ പദങ്ങൾ ഏതൊക്കെ ?

വിശകലനം

ഇതിന്റെ സമവാക്യം $x\,(x+4)+4 = 16$

സമവാക്യത്തിന്റെ ഇരുവശങ്ങളും പൂർണ്ണ വർഗ്ഗമാക്കി എഴുതി ത ന്റെ വില കാണാം.

പ്രവർത്തനം 2 -ഒരാളുടെ വയസ്സിന്റെ വർഗ്ഗവും വയസ്സിന്റെ 6 മടങ്ങും 9-ഉം കൂട്ടിയാൽ 289 കിട്ടുമെങ്കിൽ വയസ്സെത്ര?

വിശകലനം

വയസ്സ് കാണുന്നതിന് പോസിറ്റീവ് വില മാത്രം സ്വീകരിക്കുക.

3..രണ്ട് സമചതുരങ്ങളിൽ ഒന്നാമത്തെ സമചതുരത്തിന്റെ വശത്തിന്റെ നീളത്തേക്കാൾ 3 സെ.മി. കൂടുതലാണ് രണ്ടാമത്തെ സമചതുരത്തിന്റെ വശത്തിന്റെ നീളം രണ്ടാമത്തെ സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് 169 ച.സെ.മി. ആണെങ്കിൽ ആദ്യത്തെ സമചതുരത്തിന്റെ വശത്തിന്റെ നീളം എത്ര ? പരപ്പളവ് എത്ര ?

ആശയം

പൂർണ്ണ വർഗ്ഗമാക്കി എഴുതി സമവാക്യത്തിന് പരിഹാരം കാണുന്നതിന്

4. ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ ലംബവശങ്ങളുടെ തുക 14 സെ.മി. ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് 24 ച.സെ.മി.

a) ലംബ വശങ്ങളുടെ നീളം എത്ര?

b) കർണത്തിന്റെ നീളം എത്ര?

c) ചുറ്റളവ് എത്ര?

വിശകലനം

ലംബവശങ്ങൾ x (14-x) എന്നിവയായി പരിഗണിക്കുന്നു.

പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2} \times X \times (14 - x) = 24$

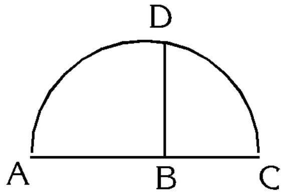
$x^2 \quad 14x = -48$

ഇവിടെ ഇടത് ഭാഗം പൂർണ്ണ വർഗമാക്കാൻ 49 കൂട്ടണം എന്ന് കണ്ടെത്തുന്നു. 49 രണ്ടുഭാഗത്തു കൂട്ടുന്നതോടെ ഇരുഭാഗവും പൂർണ്ണവർഗ്ഗമായി മാറുന്നു. തുടർന്ന് വർഗ്ഗമൂലം കണ്ടെത്തി പരിഹാരം കാണുന്നു.

5. ചിത്രത്തിൽ AC വ്യാസമാണ്. BD ലംബമാണ് AC

AC =10 സെ.മി., BD = 4 സെ.മി.,

AB, BC, ഇവയുടെ നീളം കാണുക



വിശകലനം

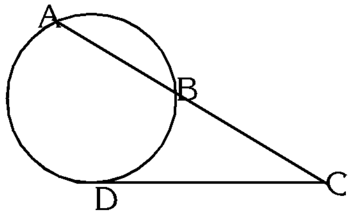
$AB \times BC = BD^2$

6. ഒന്നുമുതൽ തുടർച്ചയായ എത്ര എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുകയാണ് 325 ?

വിശകലനം

തുടർച്ചയായ എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുക $= \frac{1}{2} n (n+1)$

7.



. ചിത്രത്തിൽ DC തൊടുവരയാണ്. DC = 6 cm, AB = 9 cm

BC, AC ഇവയുടെ നീളം കാണുക.

വിശകലനം

$AC \times BC = DC^2$

8. ഒരു ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് 44 സെ.മി. ആണ്. പരപ്പളവ് 120 ച.സെ.മി ആയാൽ ചതുരത്തിന്റെ നീളം, വീതി ഇവ കണ്ടുപിടിക്കുക

ആശയം

രണ്ടാം കൃതി സമവാക്യത്തിന്റെ വിവേചകം കണ്ടെത്തി സമവാക്യത്തിന് പരിഹാരമുണ്ടോ എന്നു തീരുമാനിക്കുന്നതിന്

9. 20 സെ.മി. നീളമുള്ള കമ്പി വളച്ച് 30 ച.സെ.മി. പരപ്പളവുള്ള ചതുരം നിർമ്മിക്കാൻ കഴിയുമോ ? എന്തുകൊണ്ട് ?

വിശകലനം

നീളം + വീതി = 10. നീളം = x, വീതി = 10 -x

വിവേചകം (b^2 - 4 ac) പൂജ്യത്തേക്കാൾ ചെറുതാണെങ്കിൽ പരിഹാരം ഇല്ല. പൂജ്യമോ പൂജ്യത്തേക്കാൾ വലുതോ ആണെങ്കിൽ പരിഹാരം കാണാം

10. തുടർച്ചയായ എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം 100 ആകുമോ? എന്തുകൊണ്ട്?

ആശയം

രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങളുടെ വിവേചകം കണ്ടെത്തി പരിഹാരങ്ങളുടെ സ്വഭാവം അറിയുന്നതിന്

11. $x^2 + 4x + K = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന് ഒരു പരിഹാരം മാത്രമേ ഉള്ളൂ എങ്കിൽ K ക്ക് സ്വീകരിക്കാവുന്ന വില എന്ത് ? ഒന്നിൽ കൂടുതൽ പരിഹാരം ലഭിക്കുമെങ്കിൽ K ക്ക് ഏതെല്ലാം എണ്ണൽ സംഖ്യകൾ വിലയായി നൽകും ഇവയിൽ ഏറ്റവും വലുത് ഏത് ?

വിശകലനം

വിവേചകം പൂജ്യം ആണെങ്കിൽ ഒരു പരിഹാരവും, പൂജ്യത്തേക്കാൾ വലുതാണെങ്കിൽ രണ്ട് പരിഹാരവും ഉണ്ട്.

12. $x^2 + Kx+8 = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന് രണ്ടു പരിഹാരം ഉണ്ടെങ്കിൽ K ക്ക് സ്വീകരിക്കാവുന്ന ഏറ്റവും ചെറിയ എണ്ണൽ സംഖ്യാ വില ഏത്?

13. $X^2 + 10x+ K = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന് പരിഹാരമില്ലെങ്കിൽ K ക്ക് നൽകാവുന്ന ഏറ്റവും ചെറിയ എണ്ണൽ സംഖ്യാവില ഏത്?

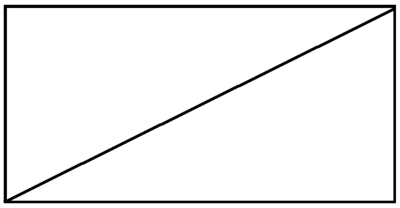
14. $Kx^2 + 24x+ 2 = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന് രണ്ട് പരിഹാരം ഉണ്ടെങ്കിൽ K ക്ക് നൽകാവുന്ന ഏറ്റവും വലിയ എണ്ണൽ സംഖ്യാവില ഏത്?

15. $x^2 + ax+ b = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന് ഒരു പരിഹാരം മാത്രമേ ഉള്ളൂ എങ്കിൽ a, b ഇവക്ക് സ്വീകരിക്കാവുന്ന പൂർണ്ണസംഖ്യാ വിലകൾ ഏതൊക്കെ?

ആശയം

രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യത്തിന് വിവേചകത്തിന്റെ സഹായത്തോടെ പരിഹാരം കാണുന്നതിന്

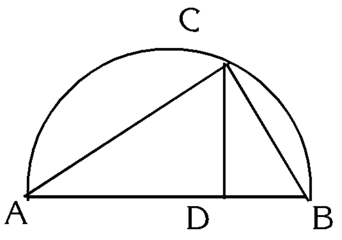
16. പൊതുവ്യത്യാസം 3 ആയ സമാന്തര ശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ രണ്ട് പദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം 28 ആകുന്ന എത്ര സമാന്തര ശ്രേണികൾ എഴുതാം? ഏതൊക്കെ?

17. 

ചുറ്റളവ് 34 സെ.മി. ആയ ചതുരത്തിന്റെ വികർണ്ണം 13 സെ.മി. ആണ്.

a) ചതുരത്തിന്റെ നീളം, വീതി ഇവ എത്ര ?

b) ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര ?

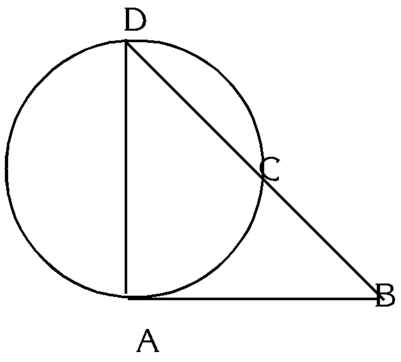
18. 

ചിത്രത്തിൽ AB വ്യാസം ആണ്.

AB = 10 cm, ത്രികോണം ABC യുടെ പരപ്പളവ് 20 ച.സെ.മി. ആണ്

a) DC യുടെ നീളം എത്ര ?

b) AD, DB ഇവയുടെ നീളം എത്ര ?

19. 

ചിത്രത്തിൽ AB തൊടുവരയാണ്. AD വ്യാസം

AB = 8 സെ.മി. DC = 12 സെ.മി.

a) BC യുടെ നീളം എത്ര ?

b) ത്രികോണം ABD യുടെ പരപ്പളവ് എത്ര ?

20. ഒരു സമചതുരസ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം 13 സെ.മി. ഉപരിതലപരപ്പളവ് 360 ച.സെ.മി.

a) പാദവക്ക് എത്ര ?

b)പാദപരപ്പളവ് എത്ര ?

c)വ്യാപ്തം എത്ര ?

21. ഒരു ജോലി ചെയ്തുതീർക്കുവാൻ ഒരാൾ ആവശ്യപ്പെട്ടതിനേക്കാൾ 5 ദിവസം കൂടുതലാണ് മറ്റൊരാൾ ആവശ്യപ്പെട്ടത്. രണ്ടുപേരും കൂടി ഒരുമിച്ച് ആ ജോലി ചെയ്യുകയാണെങ്കിൽ 6 ദിവസം കൊണ്ട് ജോലി ചെയ്തു തീരും. ഓരോരുത്തരും ഒറ്റക്ക് ചെയ്യുകയാണെങ്കിൽ എത്രദിവസം കൊണ്ട് ജോലി ചെയ്തു തീരും.

22. ഒരു സംഭരണയിലേക്ക് വെള്ളം നിറക്കുന്നതിന് ഒരു കുഴലും, വെള്ളം പുറത്തേക്ക് ഒഴുക്കി കളയുന്നതിന് മറ്റൊരു കുഴലും ഉണ്ട്. ആദ്യ കുഴൽ ഉപയോഗിച്ച് സംഭരണിയിലേക്ക് വെള്ളം നിറക്കുവാൻ ആവശ്യമായ സമയത്തേക്കാൾ 5 മിനുട്ട് കൂടുതൽ വേണം നിറഞ്ഞ സംഭരണിയിൽ നിന്നും മുഴുവൻ വെള്ളവും പുറത്തേക്ക് ഒഴക്കി കളയുവാൻ രണ്ട് കുഴലും ഒരുമിച്ച് തുറന്നപ്പോൾ 1 മണിക്കൂർ കൊണ്ട് സംഭരണി നിറഞ്ഞു. എങ്കിൽ സംഭരണിയിൽ വെള്ളം നിറയ്ക്കുവാൻ ആദ്യ കുഴലിന് ആവശ്യമായ സമയം എത്ര?

23. ഒരു പന്ത് 60 മീ/സെക്കന്റ് വേഗതയിൽ നേരെ മുകളിലോട്ടെറിയുന്നു. പന്തിന്റെ വേഗത ഓരോ സെക്കന്റിലും 10 മി./സെക്കന്റ് എന്ന നിരക്കിൽ കുറഞ്ഞ് വരുന്ന പന്ത് 160 മീറ്റർ ഉയരത്തിൽ എത്താൻ എത്രസമയം എടുക്കും ?

$S = ut - \frac{1}{2} gt^2$, s ഉയരം, u ആദ്യവേഗത, g -വേഗതയിലുള്ള കുറവിന്റെ നിരക്ക്, t സമയം

24. 18 ഓം പ്രതിരോധമുള്ള ഒരു കമ്പി രണ്ട് കഷ്ണങ്ങളാക്കി മുറിച്ചു. ഇവയെ സമാന്തരമായി ഘടിപ്പിച്ചപ്പോൾ സഫലപ്രതിരോധം 4 ഓം കിട്ടി. ഓരോ കഷ്ണത്തിന്റേയും പ്രതിരോധം എത്ര?

(സഫല പ്രതിരോധം R ആയാൽ $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$)

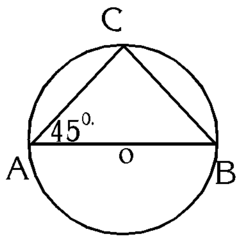
4 ത്രികോണമിതി

ത്രികോണത്തിന്റെ കോണുകളും വശങ്ങളും തമ്മിലുള്ള ബന്ധത്തെ കുറിച്ചുള്ള പഠനമാണിവിടെ നടക്കുന്നത്. ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ മറ്റൊരു ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾക്ക് തുല്യമായാൽ അവയുടെ കോണുകൾ തുല്യമായിരിക്കുന്നു. എന്നാൽ ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ കോണുകൾ മറ്റൊരു ത്രികോണത്തിന്റെ കോണുകൾക്ക് തുല്യമായാൽ അവയുടെ വശങ്ങൾ തുല്യമാവണമെന്നില്ല. എന്നാൽ വശങ്ങൾ ആനുപാതികമായിരിക്കും എന്ന ആശയത്തിനാണ് പാഠഭാഗം പ്രാധാന്യം നൽകുന്നത്. ത്രികോണത്തിന്റെ കോണളവുകൾ ഉപയോഗിച്ച് കൊണ്ട് വശങ്ങളുടെ ആനുപാതിക ബന്ധം കണ്ടെത്തുവാനാണ് പാഠഭാഗം ശ്രദ്ധ കേന്ദ്രീകരിക്കുന്നത്. കോണളവുകൾ $45^0, 45^0, 90^0$ ആയ ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ $1:1:\sqrt{2}$ എന്ന അംശബന്ധത്തിലും, കോണളവുകൾ 30^0, 60^0, 90^0 ആയ ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ $1:\sqrt{3}:2$ എന്ന അംശബന്ധത്തിലുമാണെന്ന് പാഠഭാഗത്തിന്റെ ആദ്യം ചർച്ച ചെയ്യുന്നു. തുടർന്ന് Sine, co-sine എന്നീ പുതിയ കോണളവുകളുടെ സഹായത്തോടെ ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം കണ്ടെത്തുന്നു. ഇതിലൂടെ ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ ചില കോണുകളും വശങ്ങളും ഉപയോഗിച്ച് പരപ്പളവ് കാണുന്നതും, പരിവൃത്തവ്യാസം കാണുന്നതും മറ്റു ചില ജ്യാമിതീയ പ്രത്യേകതകളും ഇവിടെ ചർച്ചചെയ്യുന്നു. രണ്ട് വശങ്ങളും ഉൾക്കോണും ഉപയോഗിച്ച് ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്നാമത്തെ വശത്തിന്റെ നീളം കണക്കാക്കുന്നതിനുള്ള ചർച്ചക്കും ഇവിടെ പ്രാധാന്യം നൽകുന്നു. ഒടുവിൽ കോണുകളുടെ tan വില എന്ന മൂന്നുമതതൊരളവ് കൂടി പരിചയപ്പെടുത്തികൊണ്ട് പ്രായോഗികമായ കുറേ ജ്യാമിതീയ പ്രശ്നങ്ങൾ ചർച്ച ചെയ്യുന്നു.

ആശയങ്ങൾ

കോണളവുകൾ 45^0, 45^0, 90^0 ആയ ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ $1:1:\sqrt{2}$ എന്ന അംശബന്ധത്തിലായിരിക്കും

പ്രവർത്തനം -1



AB വ്യാസമായ വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവാണ് C.

$\angle A = 45^0$, AC = 6 cm, ആയാൽ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം എത്ര?

വിശകലനം

അർദ്ധവൃത്തത്തിലെ കോൺ, മട്ടകോൺ, $\angle C = 90^0$

Δ ABC യുടെ കോണുകൾ 45^0, 45^0, 90^0

AC: BC: AB = $1:1:\sqrt{2}$

AB $= 6\sqrt{2}$

ആരം $= (6\sqrt{2})/2 = 3\sqrt{2}$ cm

ആശയം

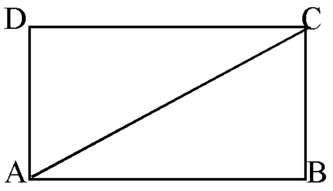
ത്രികോണത്തിന്റെ കോണുകൾ 30^0, 60^0 , 90^0 ആയാൽ വശങ്ങൾ $1:\sqrt{3}:2$ എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ ആയിരിക്കും.

ചോദ്യം 2

ഒരു ചതുരത്തിന്റെ വികർണം ഒരു വശവുമായി 60^0 കോൺ ഉണ്ടാക്കുന്നു. ചതുരത്തിന്റെ നീളം കുറഞ്ഞ വശത്തിന് 6 സെ. മി. നീളമുണ്ട്.

a) ചതുരത്തിന്റെ രണ്ടാമത്തെ വശത്തിന്റെ നീളം എത്ര ?

b) ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് എത്ര ? പരപ്പളവ് എത്ര ?



വിശകലനം

Δ ABCയുടെ കോണുകൾ 30^0, 60^0, 90^0 ആണ്.

30^0 കോണിന്റെ എതിർവശം 6 സെ.മി.

$\therefore$ AB = $6\sqrt{3}$ സെ.മി.

ചുറ്റളവും, പരപ്പളവും കണക്കാക്കാം

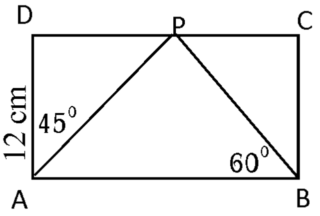
ആശയം

- ത്രികോണത്തിന്റെ കോണുകൾ 45^0, 45^0, 90^0 ആയാൽ വശങ്ങൾ $1:1:\sqrt{2}$ എന്ന അംശബന്ധത്തിലായിരിക്കും
- കോണുകൾ 30^0, 60^0, 90^0 ആയ ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ $1:\sqrt{3}:2$ എന്ന അംശബന്ധത്തിലായിരിക്കും.

പ്രവർത്തനം 3

ചിത്രത്തിൽ ABCD ഒരു ചതുരമാണ്. CD എന്ന വശത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവാണ് D.

$\angle PAD = 45^0$, $\angle ABP = 60^0$, AD = 12 സെ.മി.



Δ APB യുടെ ചുറ്റളവും പരപ്പളവും, കണക്കാക്കുക.

വിശകലനം

P യിൽ നിന്നും AB യിലേക്ക് PQ എന്ന ലംബം വരക്കുക

AQ , AP ഇവ കണക്കാക്കാം.

Δ BQP യുടെ കോണുകൾ 30^0, 60^0, 90^0. PQ = 12 സെ.മീ.

BQ , BP ഇവ കണക്കാക്കാം. തുടർന്ന് ചുറ്റളവും, പരപ്പളവും കണക്കാക്കാം

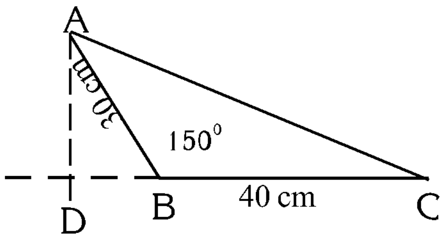
ആശയം

ത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ട് വശങ്ങളും ഉൾക്കോണും ഉപയോഗിച്ച് പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുന്നതിന്

കോണുകൾ 30^0, 60^0, 90^0. ആയാൽ വശങ്ങൾ $1:\sqrt{3}:2$ എന്ന അംശബന്ധത്തിലായിരിക്കും.

പ്രവർത്തനം 4

ത്രികോണാകൃതിയിലുള്ള ഒരു സ്ഥലത്തിന്റെ രണ്ട് വശങ്ങൾക്ക് 30 മീ. 40 മീ. നീളങ്ങൾ ഉണ്ട്. അവക്കിടയിലുള്ള കോൺ 150^0 ആയാൽ സ്ഥലത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കാണുക



വിശകലനം

A യിൽ നിന്നും BC യിലേക്കുള്ള ലംബം AD വരയ്ക്കുക

Δ ABD യുടെ കോണുകൾ 30^0, 60^0 , 90^0 ആണ്. വശങ്ങൾ $1:\sqrt{3}:2$ എന്ന അംശബന്ധത്തിലായിരിക്കും

AD കണ്ടുപിടിച്ച്, $\frac{1}{2}$ x BC x AD കണക്കാക്കി പരപ്പളവ് കാണാം

ആശയം

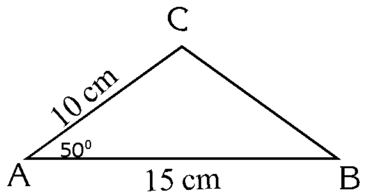
രണ്ട് വശങ്ങളും ഉൾകോണും ഉപയോഗിച്ച് ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കാണുന്നതിന്

പ്രവർത്തനം 5

Δ ABC യിൽ AB = 15 cm, AC = 10 cm, $\angle A = 50^0$

a) C യിൽ നിന്നും AB യിലേക്കുള്ള ലംബം കണക്കാക്കുക.

b) Δ ABC യുടെ പരപ്പളവ് കാണുക (Sin 50^0 = 0.766)



വിശകലനം

C യിൽ നിന്നും AB യിലേക്കുള്ള ലംബം CD വരയ്ക്കുക

Δ ACD യിൽ $\sin 50^0 = {}^{CD}/_{AC}$

CD കണക്കാക്കുക. Δ ABC യുടെ പരപ്പളവ് കാണുക.

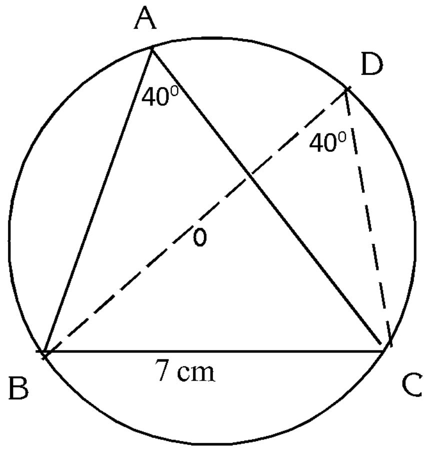
ആശയം

ത്രികോണത്തിന്റെ ഒരു കോണും എതിർ വശവും ഉപയോഗിച്ച് ത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്തവ്യാസം കാണുന്നതിന്

പ്രവർത്തനം 6

Δ ABD യിൽ $\angle A = 40^0$, BC = 7 സെ.മി. ത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്തവ്യാസം കണക്കാക്കുക.

($\sin 40^0 = 0.643$)



വിശകലനം

Δ ABC യുടെ പരിവൃത്ത വ്യാസം BD വരച്ച്, Δ BCD നിർമ്മിക്കുക $\sin 40^0 = {}^{BC}/_{BD}$ യിൽ നിന്നും BD കണക്കാക്കുക

ആശയം

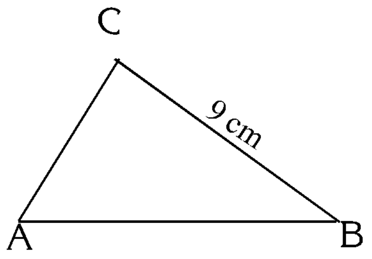
ത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ട് കോണുകളും ഒരു വശവും ഉപയോഗിച്ച് മറ്റു രണ്ട് വശങ്ങൾ കാണുന്നതിന്.

പ്രവർത്തനം 7

Δ ABC യിൽ $\angle A = 64^0$, $\angle B = 53^0$, BC -9 cm

AB, BC എന്നീ വശങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ കാണുക

($\sin 64^0 = 0.9$, $\sin 53^0 = 0.79$, $\sin 63^0 = 0.89$)



വിശകലനം

$\angle A = 64^0$, $BC = 9$ cm ഉപയോഗിച്ച് ത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്ത വ്യാസം കാണുക.

വ്യാസം, $2R = \dfrac{9}{\sin 64^0}$

$= {}^{9}/_{0.9} = 10$ സെ.മി.

$AC = 2R \text{ Sin } B$

$= 10 \times \text{Sin } 53^0$

$AB = 2\,R \times \text{Sin. } C$

ആശയം

ത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ട് വശങ്ങളും ഉൾകോണും ഉപയോഗിച്ച് ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്നാമത്തെ വശം കാണുന്നതിന്

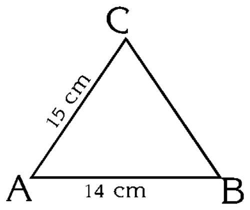
പ്രവർത്തനം 8

ത്രികോണാകൃതിയിലുള്ള ഒരു കാർഡ് ഷീറ്റിന്റെ രണ്ട് വശങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ 15 സെ.മി.യും, 14 സെ.മി.യുമാണ് വശങ്ങൾക്കിടയിലുള്ള കോണളവ് 53^0

a) എതിർ മൂലയിൽ നിന്നും 14 സെ.മീറ്റർ വശത്തിലേക്കുള്ള ലംബം എത്ര ?

b) ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക

c) ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്നാമത്തെ വശത്തിന്റെ നീളം കണക്കാക്കുക



വിശകലനം

Δ ABC യിൽ AB = 14 സെ.മീറ്റർ, AC = 15 സെ.മീറ്റർ, $\angle A = 53^0$, C യിൽ നിന്നും AB യിലേക്ക് ലംബം CD വരയ്ക്കുക

$\text{Sin } 53^0 = {}^{CD}/_{AC}$, $CD = AC \times \text{Sin } 53^0$

$\text{COS } 53^0 = {}^{AD}/_{AC}$, $AD = AC \times \cos 53^0$

തുടർന്ന് BD കണ്ടുപിടിച്ച് പൈതഗോറസ് തത്വം ഉപയോഗിച്ച് BC കാണാം

പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2} \times AB \times CD$ കണക്കാക്കാം

ആശയം

ത്രികോണമിതി വിലകൾ ഉപയോഗിച്ച പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾക്ക് പരിഹാരം കാണുന്നു.

പ്രവർത്തനം 9

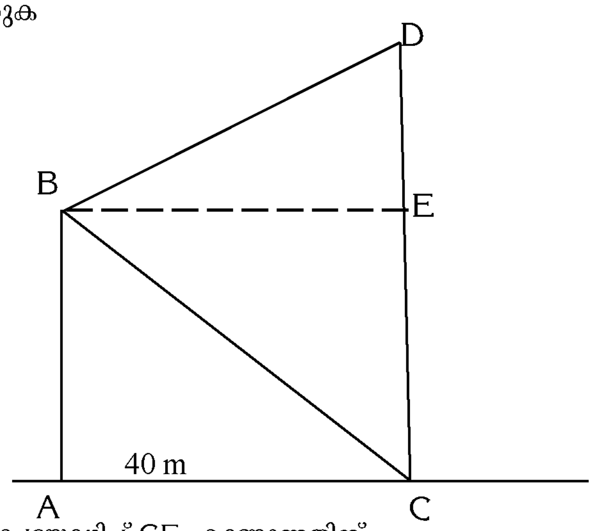
നിരപ്പായ തറയിൽ കുത്തനെ നിൽക്കുന്ന രണ്ട് കെട്ടിടങ്ങൾക്കിടയിൽ 40 മീറ്റർ അകലം ഉണ്ട്. ചെറിയ കെട്ടിടത്തിന്റെ മുകളിൽ നിൽക്കുന്ന ഒരു കുട്ടി വലിയ കെട്ടിടത്തിന്റെ ചുവട് 40^0

കീഴ്കോണിലും, വലിയ കെട്ടിടത്തിന്റെ മുകളറ്റം 55^0 മേൽ കോണിലും കാണുന്നു രണ്ട് കെട്ടിടങ്ങളുടേയും ഉയരങ്ങൾ കണക്കാക്കുക

($\tan 40^0 = 0.84$; $\tan 55^0 = 1.43$)

വിശകലനം

ഏകദേശ ചിത്രം വരയ്ക്കുന്നു.



Δ BEC യിൽ നിന്നും $\tan 40^0 = {}^{CE}/_{BE}$ ഉപയോഗിച്ച് CE കാണുന്നതിന്

Δ BED ൽ നിന്നും $\tan 55^0 = {}^{DE}/_{BE}$ ഉപയോഗിച്ച് DE കാണുന്നതിന്

ആശയം

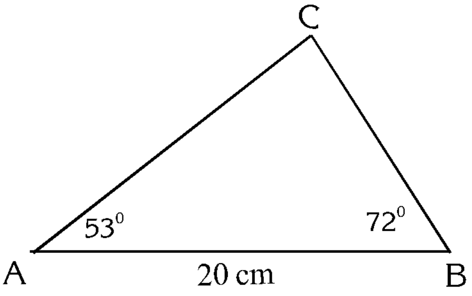
ത്രികോണമിതി വിലകൾ ഉപയോഗിച്ച് ത്രികോണപരപ്പ് കണക്കാക്കുന്നതിന്.

പ്രവർത്തനം 10

ത്രികോണാകൃതിയിലുള്ള ഒരു കാർഡ്ഷീറ്റിന്റെ ഒരു വശത്തിന് 20 സെന്റീമീറ്റർ നീളം ഉണ്ട്. ഈ വശത്തിലെ കോണുകൾ 53^0, 72^0, ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കാണുക.

($\tan 53^0 = 1.33$

$\tan 72^0 = 3.07$)



വിശകലനം

C യിൽ നിന്നും AB യിലേക്ക് ലംബം CD വരക്കുക

$CD = AD \times \tan 53^0$; $CD = BD \times \tan 72^0$

$AD \times \tan 53^0 = BD \times \tan 72^0$

$$AD = \frac{BD \times \tan 72^0}{\tan 53^0}$$

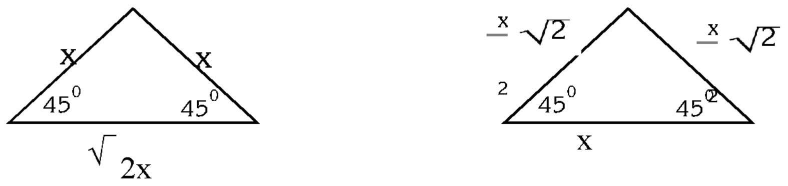
$$AB = AD + BD = \frac{BD \times \tan 72^0}{\tan 53^0} + BD$$

$$BD = \frac{AB \times \tan 53^0}{\tan 72^0 + \tan 53^0}$$

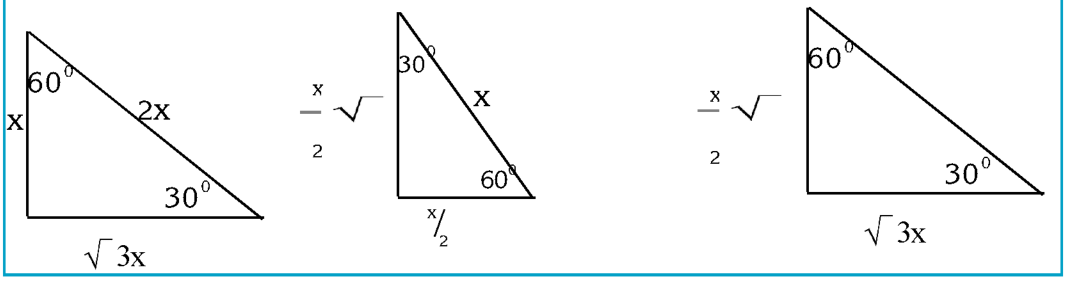
$$CD = BD \times \tan 72^0 = \frac{AB \times \tan 53^0 \times \tan 72^0}{\tan 72^0 + \tan 53^0}$$

പരപ്പളവ് = $\frac{1}{2}$ x AB x CD കണക്കാക്കാം

ത്രികോണത്തിന്റെ കോണുകൾ 45^0, 45^0, 90^0, ആയാൽ വശങ്ങൾ $1:1:\sqrt{2}$ എന്ന അംശബന്ധത്തിലായിരിക്കും



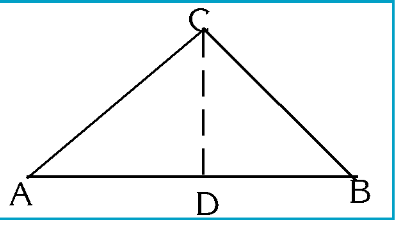
ത്രികോണത്തിന്റെ കോണുകൾ 30^0, 60^0, 90^0 ആയാൽ വശങ്ങൾ $1:\sqrt{3}:2$ എന്ന അംശബന്ധത്തിലായിരിക്കും



C യിൽ നിന്നും AB യിലേക്കുള്ള ലംബമാണ് CD എങ്കിൽ

CD = AC x Sin. A

പരപ്പളവ് = $\frac{1}{2}$ x AB x AC x Sin A

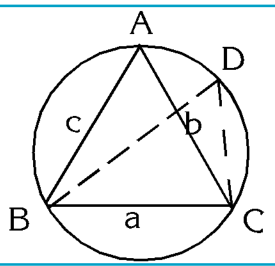


ത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്തവ്യാസം

$2R = BD = a/_{Sin.A}$

അതുപോലെ $2R = B/_{Sin.B}$; $2R = C/_{Sin..C}$;

അതായത് $a/_{Sin.A} = B/_{Sin.B} = C/_{Sin..C}$;



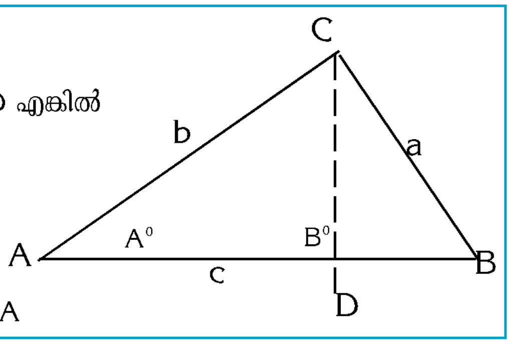
C യിൽ നിന്നും AB യിലേക്കുള്ള ലംബമാണ് CD എങ്കിൽ

$CD = b \text{ Sin } A$

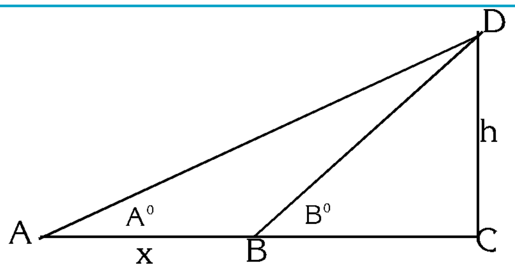
$AD = b \text{ Cos } A$

$BD = C - b \cos A$

$a^2 = CD^2 + BD^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

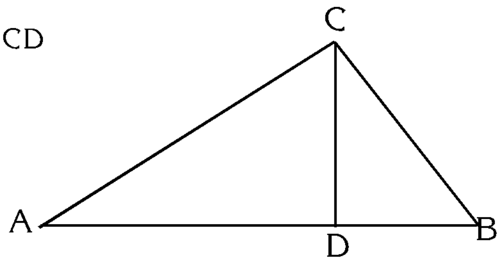


$$h = \frac{x \tan A \ \tan B}{\tan B - \tan A}$$



C യിൽ നിന്നും AB യിലേക്കുള്ള ലംബമാണ് CD

$$CD = AB \times \frac{\tan A \times \tan B}{\tan A + \tan B}$$



പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2} + AB \times AB \times \frac{\tan A \times \tan B}{\tan A + \tan B}$

$$= \frac{1}{2} \times AB^2 \times \frac{\tan A \times \tan B}{\tan A + \tan B}$$

ചില ചോദ്യങ്ങൾ കൂടി

1. Δ PQR ൽ PQ = 10 സെ.മി. ; QR = 15 സെ.മി. $\angle$ Q = 135^0 ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക

2. ഒരു വശം 10 സെന്റീ മീറ്റർ ഒരു കോൺ 70^0 യുമായ സമഭുജസമാന്തരികത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കാണുക (Sin. 70^0 = 0.94)

3. 150 മീറ്റർ ഉയരമുള്ള ഒരുലൈറ്റ് ഹൗസിന്റെ മുകളിൽ നിന്നും കടലിലുള്ള രണ്ട് ബോട്ടുകളിൽ ഒന്നിനെ 20^0 കീഴ്കോണിലും രണ്ടാമത്തേതിനെ 40^0 കീഴ്കോണിലും കാണുന്നു. ബോട്ടുകളും ലൈറ്റ് ഹൗസും ഒരേ വരയിൽ വരുന്നു. എങ്കിൽ ബോട്ടുകൾ തമ്മിലുള്ള അകലം എത്ര ?

$\tan 70^0 = 0.364$

$\tan 40^0 = 0.84$

4. 6 സെ.മി. ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ ബഹിർഭാഗത്തുള്ള ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേക്ക് വരച്ചിരിക്കുന്ന തൊടുവരകൾക്കിടയിൽ 74^0 കോൺ ഉണ്ട്.

a) വൃത്തകേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും ബാഹ്യബിന്ദുവിലേക്കുള്ള ആരം കണക്കാക്കുക

b) തൊടുവരകളുടെ നീളങ്ങൾ കാണുക

($\sin 37^0 = 0.6$; $\cos 37^0 = 0.8$ $\tan 37^0 = 0.73$)

5. ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ ഏറ്റവും നീളം കൂടിയ വശം 15 സെ.മി. ആണ്. ഈ വശം മറ്റൊരു വശവുമായി 35^0 കോൺ ഉണ്ടാക്കുന്ന ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കാണുക.

($\sin 35^0 = 0.57$; $\cos 35^0 = 0.82$ $\tan 35^0 = 0.7$)

6. ഒരു വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരവും ആരവും തമ്മിൽ 35^0 കോൺ ഉണ്ടാക്കുന്ന സ്തൂപികയ്ക്ക് 10 സെ.മി. ആരം ഉണ്ടെങ്കിൽ അതിന്റെ വ്യാപ്തം എത്രയായിരിക്കും ?

($\sin 35^0 = 0.57$; $\cos 35^0 = 0.82$; $\tan 35^0 = 0.7$)

7. ത്രികോണാകൃതിയിലുള്ള ഒരു കാർഡ് ഷീറ്റിന്റെ രണ്ട് വശങ്ങൾക്ക് 10 സെ.മീ., 14 സെ.മി. നീളങ്ങൾ ഉണ്ട്. അവക്കിടയിൽ 53^0 കോൺ ഉണ്ടെങ്കിൽ

($\sin 53^0 = 0.8$; $\cos 53^0 = 0.6$)

a) കാർഡ്ഷീറ്റിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര ?

b) കാർഡ്ഷീറ്റിന്റെ മൂന്നാമത്തെ വശത്തിന്റെ നീളം എത്ര ?

8. ΔPQR ൽ $PQ = 20$ സെ.മി. ; $\angle P = 53^0$ $\angle Q = 37^0$

a) R ൽ നിന്നും PQ ലേക്കുള്ള ലംബം എത്ര ?

b) ΔPQR ന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക

9. a) 30 സെ.മി. വ്യാസമുള്ള വൃത്താകൃതിയിലുള്ള ഒരു ടിൻ ഷീറ്റിൽ നിന്നും ഒരു കോൺ 120^0 യും എതിർവശം 25 സെ.മി. ഉം ആയ ത്രികോണാകൃതിയിലുള്ള ഒരു ഷീറ്റ് വെട്ടിയെടുക്കാൻ കഴിയുമോ ? ഉത്തരം സമർത്ഥിക്കുക.

b) ഈ ടിൻ ഷീറ്റിൽ നിന്നും ഒരു കോൺ 30^0 യും എതിർവശം 20 സെ.മി. ഉം ആയ ത്രികോണാകൃതിയിലുള്ള ഒരു ഷീറ്റ് വെട്ടിയെടുക്കാൻ കഴിയുമോ ? സമർത്ഥിക്കുക.

10. 1200 മീറ്റർ ഉയരത്തിൽ പറന്നുകൊണ്ടിരിക്കുന്ന ഒരു വിമാനത്തിനെ കടൽ തീരത്ത് നിന്നും ഒരു കുട്ടി ഒരു സമയം 50^0 മേൽ കോണിൽ കാണുന്നു. 10 സെക്കന്റ് കഴിഞ്ഞപ്പോൾ കുട്ടി വിമാനത്തെ 22^0 മേൽകോണിലാണ് കാണുന്നത്. വിമാനത്തിന്റെ വേഗത കണക്കാക്കുക.
($\tan 50^0 = 1.2$; $\tan 22^0 = 0.4$)

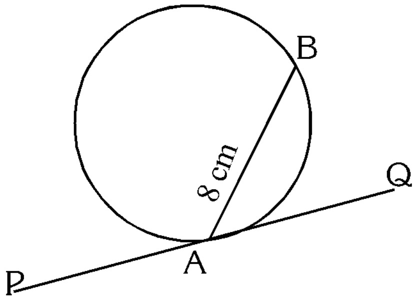
11. Δ ABC യിൽ AB =AC ; $\angle$ B = 63^0, BC = 8 സെ.മി.

a) ത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്തവ്യാസം കാണുക

b) ത്രികോണത്തിന്റെ മറ്റ് വശങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ കണക്കാക്കുക

(Sin 63^0 = 0.9 ; sin 54^0 = 0.8)

12.



ചിത്രത്തിൽ PQ തൊടുവരയും, AB തൊടുബിന്ദുവിൽ കൂടിയുള്ള ഞാണുമാണ്. വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം കണക്കാക്കുക

(Sin 54^0 = 0.8)

5. ഘനരൂപങ്ങൾ

ജ്യാമിതീയ രൂപങ്ങളുടെ പഠനത്തിലൂടെ നേടിയ അറിവുകൾ ഉപയോഗിച്ച് ത്രിമാനതലത്തിലുള്ള രൂപങ്ങളെ കുറിച്ചുള്ള പഠനമാണ് ഈ പാഠഭാഗത്ത് ചർച്ചചെയ്യുന്നത്. പലതരം ഘന രൂപങ്ങളെ കുറിച്ച് മുൻക്ലാസുകളിൽ പഠിച്ചു കഴിഞ്ഞുവല്ലോ?

സമചതുരസ്തൂപിക, വൃത്തസ്തൂപിക, ഗോളം, അർദ്ധഗോളം, എന്നീ ഘനരൂപങ്ങളാണ് ഇവിടെ ചർച്ചചെയ്യുന്നത് സമചതുരസ്തൂപികയുടെ ഉയരം ചരിവുയരം, പാർശ്വവക്ക്, പാദവക്ക് എന്നീ അളവുകൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധമാണ് പാഠത്തിന്റെ ആദ്യഭാഗത്ത് ചർച്ചചെയ്യുന്നത്. തുടർന്ന് ഈ അളവുകൾ ഉപയോഗിച്ച് സമചതുരസ്തൂപികയുടെ പരപ്പളവും വ്യാപ്തവും കണ്ടെത്തുന്നു. വൃത്താംശങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് വൃത്തസ്തൂപികകൾ ഉണ്ടാക്കുന്ന പ്രവർത്തനത്തിലൂടെ വൃത്തസ്തൂപികകൾ പരിചയപ്പെടുത്തുന്നു. വൃത്ത സ്തൂപീകയുടെ അളവുകളും വൃത്താംശത്തിന്റെ അളവുകളും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം ഇവിടെ കണ്ടെത്തുന്നു തുടർന്ന് വൃത്തസ്തൂപികയുടെ അളവുകൾ ഉപയോഗിച്ച് അതിന്റെ പരപ്പളവും വ്യാപ്തവും ചർച്ചചെയ്യുന്നു. ഒടുവിൽ ഗോളത്തിന്റേയും അർദ്ധഗോളത്തിന്റേയും പരപ്പളവും വ്യാപ്തവും കണ്ടുപിടിക്കുന്ന ചർച്ചയിലൂടെ വിവിധ ഘനരൂപങ്ങൾ ചേർത്തുണ്ടാകുന്ന രൂപങ്ങളുടെ വ്യാപ്തം കണ്ടുപിടിക്കുന്ന ചർച്ചയും നടക്കുന്നു.

സമചതുരസ്തൂപിക

ആശയം

സമചതുരസ്തൂപിക നിർമ്മിക്കുന്നു.

പ്രവർത്തനം 1

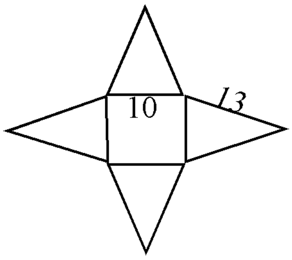
a) 10 cm വശമുള്ള ഒരു സമചതുരം കട്ടികടലാസിൽ വരയ്ക്കുക

b) ഇതിന്റെ നാലുവശങ്ങളിലും 13 സെ.മി. അളവുകളോടുകൂടിയ സമപാർശ്വത്രികോണങ്ങൾ വരയ്ക്കുക

c) ഇപ്പോൾ പൂർത്തീകരിച്ച ചിത്രം വെട്ടിയെടുത്ത്, ത്രികോണങ്ങളുടെയെല്ലാം മൂലകൾ ഒരു ബിന്ദുവിൽ കേന്ദ്രീകരിക്കത്തക്ക വിധത്തിൽ മടക്കി ഒട്ടിക്കുക.

വിശകലനം

കടലാസുകൊണ്ട് നിർമ്മിച്ച ഇത്തരം സ്തൂപികകൾ പലതവണ പൊളിച്ചുനിവർത്തുകയും നിവർത്തിയതിനെ വീണ്ടും സ്തൂപികയാക്കുകയും ചെയ്യണം.



ഇതുവഴി സമചതുരസ്തൂപികകളുടെ മുഖങ്ങളുടെ ആകൃതി, എങ്ങനെ നിർമ്മിക്കാം ഇവയൊക്കെ തന്നെ കുട്ടികളിൽ ഉറയ്ക്കുന്നു.

ആശയം

സമചതുരസ്തൂപികയുടെ പാദവക്ക്, ചരിവുഉയരം, പാർശ്വവക്ക് ഇവ തിരിച്ചറിയുന്നു

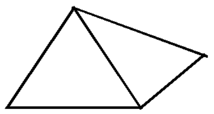
പ്രവർത്തനം 2

a) ചിത്രത്തിൽ പാദവക്ക്, ചരിവ് ഉയരം, പാർശ്വവക്ക് ശീർഷം ഇവ അടയാളപ്പെടുത്തുക

b) താഴെതന്നിരിക്കുന്ന ഒരോ ജോടി അളവുകളിൽ കൂടുതൽ നീളം ഏതിനാണ് ?

i) പാർശ്വവക്ക്, ചരിവുഉയരം,

ii) ഉയരം, പാർശ്വവക്ക് iii) ചരിവ് ഉയരം, ഉയരം



വിശകലനം

സമചതുസ്തൂപികയുടെ പാദമുഖമായ സമചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങൾ തന്നെയാണ് സ്തൂപികയുടെ പാദവക്കുകൾ കൂടാതെ പാർശ്വമുഖങ്ങളായ ത്രികോണങ്ങളുടെ മറ്റുവശങ്ങളെ പാർശ്വവക്കുകൾ എന്നു പറയുന്നു.

ഒരു സ്തൂപികയുടെ ഉയരമെന്നത് ശീർത്തിൽ നിന്നും പാദത്തിലേക്കുള്ള ലംബദൂരമാണല്ലോ സമചതുരസ്തൂപികയിൽ ഏറ്റവും കൂടുതൽ നീളം പാർശ്വവക്കിനാണ്.

പാർശ്വവക്ക് > ചരിവ്ഉയരം > ഉയരം > പാദവക്കിന്റെ പകുതി

Note : ഒരുസമചതുരസ്തൂപികയുടെ ശീർഷകോൺ 90^0 ആകുമ്പോൾ സ്തൂപികയുടെ ഉയരം പൂജ്യമാകുന്നു. അതായത് സ്തൂപിക ലഭിക്കില്ല. ശീർഷകോൺ 90^0 യിൽ കൂടിയാലും, സ്തൂപിക കിട്ടില്ല. അപ്പോൾ ശീർഷകേൺ എപ്പോഴും ന്യൂനകോണായിരിക്കും

ആശയം

സമചതുരസ്തൂപികയുടെ ഉയരവും പാദവക്കും തന്നാൽ ചരിവ് ഉയരം കാണുന്നതിന്.

പ്രവർത്തനം 3

രാജു പേപ്പറിൽ വശം 12 സെ.മി. ആയ ഒരു സമചതുരം വരച്ചു. ഉയരം 8 സെ.മി. വരുന്ന ഒരു സമചതുരസ്തൂപിക നിർമ്മിക്കണമെങ്കിൽ പാർശ്വമുഖങ്ങൾ എങ്ങനെ വരയ്ക്കണം ?

വിശകലനം

സമചതുരസ്തൂപികയുടെ ഉയരം, ചരിവ് ഉയരം പാദവക്കിന്റെ പകുതി ഇവ ചേർന്ന് ഒരു മട്ടത്രികോണം ലഭിക്കുന്നു. അപ്പോൾ ചരിവുഉയരം = $\sqrt{\text{ഉയരം}^2 + (\frac{1}{2}\text{ പാദവക്ക്})^2}$

$$= \sqrt{8^2 + 6^2} = 10 \text{ cm}$$

തുടർന്ന് പാദവക്കിന്റെ പകുതി അടയാളപ്പെടുത്തുക. ആ ബിന്ദുവിൽ നിന്നും 10 സെ.മി. അളവുള്ള ലംബം വരയ്ക്കുക. ഈ ലംബവും 2 പാദമൂലകളും തമ്മിൽ യോജിപ്പിച്ചാൽ പാർശ്വമുഖം ലഭിക്കുന്നു.

Note : ഒരു സമചതുരസ്തൂപികയിൽ മറ്റ് രണ്ട് വ്യത്യസ്ത മട്ടത്രികോണങ്ങളും കൂടി കാണാൻ സാധിക്കുന്നു.

1. പാർശ്വവക്ക്, വികർണ്ണത്തിന്റെ പകുതി, ഉയരം ഇവചേർന്ന് മട്ടത്രികോണം

2. പാർശ്വവക്ക്, പാദവക്കിന്റെ പകുതി, ചരിവ് ഉയരം ഇവവശങ്ങളായി വരുന്ന മട്ടത്രികോണം

ആശയം

സമചചതുരസ്തൂപികയുടെ ഉപരിതലപരപ്പളവ് കണക്കാക്കുന്നതിന്.

പ്രവർത്തനം 4

സമചതുരസ്തൂപിക കൃതിയിലുള്ള ഒരു കളിപ്പാട്ടത്തിന്റെ പാദചുറ്റളവ് 48 സെ.മി. ചരിവ് ഉയരം 10 സെ.മി.യും ആണ്. ഈ കളിപ്പാട്ടം പൂർണ്ണമായും, പൊതിയാൻ ആവശ്യമായ കടലാസിന്റെ അളവെത്ര?

വിശകലനം

സമചതുരസ്തൂപികയുടെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് എന്നത് പാദപരപ്പളവിന്റേയും പാർശ്വതല പരപ്പളവിന്റേയും കൂടി തുകയാണ്.

പാദപരപ്പളവ് = സമചതുരത്തിൻന്റെ പരപ്പളവ്

= 12 x 12 = 144 ച. സെ. മി

പാർശ്വതല പരപ്പളവ് = 4 x ഒരു സമപാർശ്വത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ്

= 4 x $\frac{1}{2}$ x 12 x 10

= 240 ച.സെ.മി.

∴ ഉപരിതല പരപ്പളവ് = 144 + 240 = 384 ച.സെ.മി.

കളിപ്പാട്ടം പൊതിയിൽ കുറഞ്ഞത് 384 ച.സെ.മി. കടലാസ് വേണം

ആശയം

സമചതുരസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം കാണുന്നതിന്.

പ്രവർത്തനം 5

പാർശ്വതല പരപ്പളവ് 540 ച.സെ.മി. ആയ ഒരു സമചതുരസ്തൂപികയുടെ ചരിവ് ഉയരം 15 സെ.മി. ആയാൽ വ്യാപ്തം എത്ര ?

വിശകലനം

പാർശ്വതല പരപ്പളവിൽ നിന്നും പാദവക്ക് ലഭിക്കുന്നു ചരിവ് ഉയരം തന്നിട്ടുമുണ്ട്. ഇതിൽ നിന്നും ഉയരം കണ്ടെത്താം സമചതുരസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം എന്നത് പാദപരപ്പളവിന്റേയും ഉയരത്തിന്റേയും ഗുണനഫലത്തിന്റെ മൂന്നിലൊന്നാണല്ലോ

* സമചതുരസ്തൂപികയുടെ, പാർശ്വവക്ക് > ചരിവ് ഉയരം > ഉയരം > പാദവക്കിന്റെ പകുതി

* സമചതുരസ്തൂപികയിൽ ശീർഷകോൺ എപ്പോഴും 90^0 യിൽ കുറവായിരിക്കും

* സമചതുരസ്തൂപികയുടെ പാദപ്പരളവ് സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് തന്നെയാണ്.
* പാർശ്വതല പരപ്പളവ് = $\frac{1}{2}$ പാദചുറ്റളവ് x ചരിവ് ഉയരം
* ഉപരിതല പരപ്പളവ് = പാദപരപ്പളവ് + പാർശ്വതല പരപ്പളവ്
* വക്കുകൾ എല്ലാം തുല്യ നീളമുള്ള സമചതുരസ്തൂപികയുടെ പാദവക്ക് a ആയാൽ

  ചരിവ് ഉയരം = $\sqrt{3}a/2$., ഉയരം = $a/\sqrt{2}$

  പാർശ്വതല പരപ്പളവ് = $\sqrt{3}a^2$

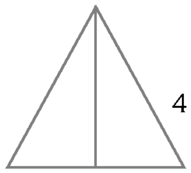
* സമചതുരസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം = 1/3 x പാദപരപ്പളവ് x ഉയരം

ചില ചോദ്യങ്ങൾ കൂടി

1. പാദവക്ക് 24 സെ.മി. ചരിവ് ഉയരം, 10 സെ.മി. ഉം വരുന്ന ഒരു സമചതുരസ്തൂപിക നിർമ്മിക്കാമോ? പരിശോധിക്കുക.

2. വക്കുകൾ എല്ലാം തുല്യ നീളമുള്ള സമചതുര സ്തൂപികയുടെ പാദവക്ക്, ചരിവ് ഉയരം, ഉയരം ഇവ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം എന്ത് ?

3. ചിത്രത്തിൽ ഒരു സമചതുരസ്തൂപികയുടെ പാർശ്വമുഖമാണ് കാണിച്ചിരിക്കുന്നത്



   a. ചരിവ് ഉയരം എത്ര ?

   b. പാർശ്വതല പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക

4. രണ്ടു സമചതുരസ്തൂപികയുടെ പാദവക്കുകൾ 2:3 എന്ന അനുബന്ധത്തിലും ഉന്നതികൾ 7: 3 എന്ന അംശബന്ധത്തിലുമാണ്. വ്യാപ്തങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം എത്ര ?

5. 30 സെ.മി. വശമുള്ള കട്ടിയായ ഒരു ക്യൂബിൽനിന്നും പരമാവധി വലിയ ഒരു സമചതുരസ്തൂപിക വെട്ടിയെടുക്കുന്നു

   a. സ്തൂപികയുടെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് എത്ര ?

   b. വ്യാപ്തം എത്ര ?

6. വക്കുകൾ എല്ലാം തുല്യമായ ഒരു സമചതുരസ്തൂപികയുടെ വക്കുകളുടെ ആകെ നീളം 80 സെ.മി. ആണ്.

   a. ചരിവ് ഉയരം എത്ര ?

   b. ഉയരം എത്ര ?

   c. ഉപരിതല പരപ്പളവും വ്യാപ്തവും കണക്കാക്കുക

7. സമചതുരസ്തൂപികയുടെ ആകൃതിയിലുള്ള ഒരു കൂടാരത്തിന്റെ ഉയരം 24 സെ.മി. ആണ്. പാദവക്ക് 20 മി. ആയാൽ ചരിവ് ഉയരം എത്ര ? കൂടാരത്തിന്റെ പാർശ്വമുഖങ്ങൾ പൊതിയുന്നതിനാവശ്യമായ ക്യാൻവാസിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര ?

വൃത്തസ്തൂപിക

ആശയം

വൃത്താംശം ഉപയോഗിച്ച് വൃത്തസ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കുന്നതിന്

1. 5 സെ.മി. ആരവും, 15 സെ.മി. ചരിവുയരവുമുള്ള ഒരു വൃത്തസ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കുന്നതിന് ഉപയോഗിക്കേണ്ട വൃത്താംശത്തിന്റെന്റെ ആരം, കേന്ദ്രോകോൺ ഇവ എത്ര ?

വിശകലനം

വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം, വൃത്താംശത്തിന്റെ ആരം തന്നെ ആയിരിക്കും

$$Y = (x/360) \times l$$

2. 270^0 കേന്ദ്രകോണും, 12 സെ.മി. ആരവുമുള്ള ഒരു വൃത്താംശം വളച്ചുണ്ടാക്കിയ വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരവും ചരിവുയരവും എത്രയായിരിക്കും

ആശയം

വൃത്തസൂപികയുടെ ആരം, ഉയരം, ചരിവുയരം ഇവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം കാണുന്നതിന്

3. ഒരു വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം 13 സെ.മി. ഉം വ്യാസം 10 സെ.മി. ആണെങ്കിൽ ഉയരം എത്രയായിരിക്കും?

വിശകലനം

വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ഉയരം, ആരം, ചരിവുയരം, ഇവ മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ ആയിവരുന്നു.

4. 10 സെ.മി. ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തത്തിനെ രണ്ട് അർദ്ധവൃത്തങ്ങളായി മുറിക്കുന്നു. അവയിൽ ഒന്ന് ഉപയോഗിച്ച് വൃത്തസ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കുന്നു. വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പരിവൃത്തം ആരം, ഉയരം, ഇവ എത്ര ആയിരിക്കും.

ആശയം

വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വക്രതല പരപ്പളവ് കാണുന്നതിന്

5. വൃത്തസ്തൂപികാകൃതിയിലുള്ള ഒരു കളിപ്പാട്ടത്തിന്റെ പാദ ആരം 8 സെ.മി.ഉം ചരിവുയരം 12 സെ.മി - ഉം ആയാൽ അതിന്റെ വക്രതല പരപ്പവ് എത്ര ?

ആശയം

വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വക്രതല പരപ്പളവ് വൃത്താംശത്തിന്റെ പരപ്പളവിന് തുല്യമാണ് എന്ന് അറിയുന്നതിന്

6. 120^0 കേന്ദ്രകോണും 30സെ.മി. ആരവുമുള്ള ഒരു വൃത്താംശം വളച്ചുണ്ടാക്കിയ വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വക്രതല പരപ്പളവ് എത്ര ?

7. ഒരു വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരവും ചരിവുയരവും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം 2:3 ആണ്. ഈ വൃത്തസ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കുന്നതിന് ഉപയോഗിച്ച വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ എത്ര ആയിരിക്കും?

ആശയം

വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം കണക്കാക്കുന്നതിന്

8. 25 സെ.മി. ചരിവുയരവും 14 സെ.മി. വ്യാസവുമുള്ള ഒരു വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ഉയരം, വ്യാപ്തം എന്നിവ കാണുക.

9. a) 15 സെ.മി. ചരിവുയരവും 18 സെ.മി. വ്യാസവുമുള്ള വൃത്തസ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കാൻ ഉപയോഗിച്ച

b) വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ എത്ര?

c) വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ഉയരം എത്ര?

d) വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം എത്ര?

10. 288^0 കേന്ദ്രകോണും 10 സെ.മി. ആരവുമുള്ള വൃത്താംശം വളച്ച് ഉണ്ടാക്കിയ വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം, ആരം , വ്യാപ്തം ഇവ കാണുക.

11. തുല്യ ആരമുള്ളതും കേന്ദ്രകോൺ 3:4 അംശബന്ധത്തിലുള്ളതുമായ രണ്ട് വൃത്താംശങ്ങൾ വളച്ച് രണ്ട് വൃത്തസ്തൂപികകൾ ഉണ്ടാക്കി. അവയുടെ

a) ചരിവുയരങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം എന്ത് ?

b) ആരങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം എന്ത് ?

c) വക്രതല പരപ്പളവുകൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധമെത്ര ?

12. 10 സെ.മി. ആരമുള്ള വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ 2:3 അംശബന്ധത്തിൽ മുറിച്ച് രണ്ട് വൃത്തംശങ്ങൾ ആക്കി. ഇവ വളച്ച് രണ്ട് വൃത്തസ്തൂപികകളുണ്ടാക്കുന്നു.

a) ഇവയുടെ ചരിവുയരങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധമേത് ?

b) ഇവയുടെ ആരങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധമെന്ത് ?

c) പാദചുറ്റളവുകൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധമെന്ത് ?

d) വക്രതല പരപ്പളവുകൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധമെന്ത് ?

e) ആരങ്ങളുടെ തുക എന്ത് ?

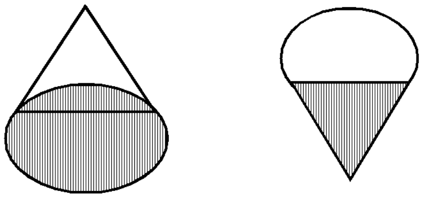
f) പാദചുറ്റളവുകളുടെ തുക എന്ത് ?

g)വക്രതല പരപ്പളവുകളുടെ തുക എന്ത് ?

h) ഇവയിൽ ഏതിനാണ് ഉയരം കൂടുതൽ ?

13. വശത്തിന്റെ നീളം 6 സെ. മി. ഉള്ള കട്ടിയായ മൂന്ന് ക്യൂബുകൾ ഉണ്ട്. അവയിൽ ഒന്നിൽ നിന്ന് പരമാവധി വലിയ വൃത്തസ്തൂപികയും രണ്ടാമത്തേതിൽ നിന്ന് പരമാവധി വലിയ ഗോളവും മൂന്നാമത്തേതിൽ നിന്നും പരമാവധി വലിയ സമചതുരസ്തൂപികയും ഉണ്ടാക്കുന്നു ഇങ്ങനെ ഉണ്ടാക്കിയ മൂന്ന് രൂപങ്ങളെ വ്യാപ്തങ്ങളുടെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ ക്രമപ്പെടുത്തുക.

14. അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ നിരപ്പായ ഭാഗത്ത് അതേ ആരമുള്ള വൃത്തസ്തൂപികഘടിപ്പിച്ച ആകൃതിയിലുള്ള പാത്രത്തിൽ അർദ്ധഗോളം നിറയെ വെള്ളം നിറച്ചിരിക്കുന്നു. പാത്രം തലകീഴായി വെച്ചപ്പോൾ ഈ വെള്ളം വൃത്തസ്തൂപികാഭാഗത്ത് നിറഞ്ഞിരിക്കുന്നു.



സ്തൂപികയുടെ ഉയരം അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ വ്യാസത്തിന് തുല്യമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

15. ആരം 9 സെ.മി. ഉള്ള കട്ടിയായ ഗോളത്തിൽ നിന്നും, 12 സെ.മി. ഉയരവും പരമാവധി വലിപ്പവുമുള്ള വൃത്തസ്തൂപിക ചെത്തി ഉണ്ടാക്കുന്നു.

a) വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരം എത്ര ?

b) വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം എത്ര ?

6. സൂചകസംഖ്യകൾ

ഒരു തലത്തിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ സ്ഥാനം നിശ്ചയിക്കുന്നതിന് സംഖ്യകളെ ഉപയോഗിക്കുക എന്ന അടിസ്ഥാന ആശയമാണ് ഇവിടെ ചർച്ചചെയ്യുന്നത്. അതായത് ഈ വരകളിൽ നിന്നും ബിന്ദുക്കളിലേക്കുള്ള അകലങ്ങളായ സംഖ്യകൾ, ബിന്ദുവിനെ പ്രതിനിധീകരിക്കുന്ന സൂചക സംഖ്യകളായി മാറ്റുകയാണ് ഇവിടെ ചെയ്യുന്നത്. ഈ വരകളെ x അക്ഷം, y അക്ഷം, എന്ന വരകൾ സംഗമിക്കുന്ന ബിന്ദുവിനെ ആധാരബിന്ദു എന്നും പറയുന്നു. വശങ്ങൾ അക്ഷങ്ങൾക്ക് സമാന്തരമായ ഒരു ചതുരത്തിന്റെ ഒരു ജോടി എതിർ മൂലകൾ തന്ന് മറ്റ് 2 മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുന്നതിലൂടെ ഈ ചർച്ച ഇവിടെ താല്ക്കാലികമായി അവസാനിക്കുന്നു.

ആശയം

* ഒരു ബിന്ദുവിന്റെ സ്ഥാനം സൂചിപ്പിക്കാൻ ഉപയോഗിക്കുന്ന സംഖ്യകളെ സൂചകസംഖ്യകൾ എന്നു പറയുന്നു.

* ത്രികോണങ്ങൾ, ചതുർഭുജങ്ങൾ, പഞ്ചഭുജങ്ങൾ ഇവയൊക്കെ തന്നെ വരയ്ക്കുമ്പോൾ മൂലകളുടെ (ബിന്ദുക്കളുടെ) സ്ഥാനം നിശ്ചയിക്കേണ്ടിവരുന്നു.

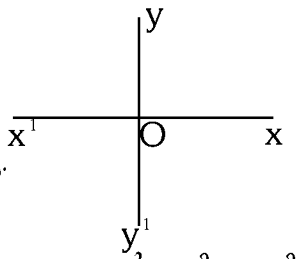
പരസ്പരം ലംബമായ രണ്ട് വരകളിൽ നിന്ന് വിവിധ അകലങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് ഇത് സാധ്യമാകും, അകലങ്ങൾ അളക്കാനുള്ള ഒരു ഏകകവും വേണം.

* സാധാരണയായി ഈ ലംബവരകളെ x^1x എന്നും y^1y എന്നും വിളിക്കുന്നു. ഇവ പരസ്പരം ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുവിനെ O എന്നു വിളിക്കുന്നു.

x^1x എന്ന വരയെ x അക്ഷം എന്നും

y^1y എന്ന വരയെ x അക്ഷം എന്നും

O എന്ന ബിന്ദുവിനെ ആധാരബിന്ദു എന്നും പറയുന്നു.



ആധാരബിന്ദുവിൽ നിന്നും 4 വശങ്ങളിലേക്കുമുള്ള അകലങ്ങൾ ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലയാണ് എടുക്കുന്നത്. ഇതിൽ മൂലകളുടെ (ബിന്ദുക്കളുടെ) സ്ഥാനം നിർണയിക്കാൻ സാധിക്കുന്നു.

ചിത്രത്തിൽ p എന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സ്ഥാനം സൂചിപ്പിക്കുന്നത് (നിർണ്ണയിക്കപ്പെടുന്നത്) 2, 3 എന്നീ സംഖ്യകൾ കൊണ്ടാണല്ലോ ? അതുകൊണ്ട് തന്നെ ഇവയെ p യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എന്നു പറയാം.

പ്രവർത്തനം -1

ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കൾ x അക്ഷവും y അക്ഷവും വരച്ച് അടയാളപ്പെടുത്തുക

a) A(1,2), B(2,1), C(-3,-2), D(-2,-3) E (4,7), F (-1, 4)

b) (4,2), (2,4), (-4,2),(-2,4),(-2,-4),(-4,-2), (4,-2),(2,-4)

c) (1,3),(2,3), (0,3),(-2,3), (-1,3)

d) (2,1),(2,3), (2,-1), (2,-3),(2,0)

e) (1,1), (2,2), (3,3),(0,0),(-1,-1), (-2,-2)

f) (1,-1),(2,-2), (3,-3), (-1,1), (-2,2), (-3,3), (0,0)

ആശയം

* x അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ ഏതു വരയിലേയും ബിന്ദുക്കളുടെയെല്ലാം, y സൂചകസംഖ്യകൾ തുല്യമാണ്.

* x അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദുക്കളുടെയെല്ലാം y സുചകസംഖ്യ '0' ആണ്.

പ്രവർത്തനം 2

a) A(2,3), B(4,3) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക. AB യോജിപ്പിക്കുക. (2,3), (5,3) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ AB എന്നവരയിലെ ബിന്ദുക്കളാണോ? പരിശോധിക്കുക

b)P (2,2) എന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക. x അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായി P യിലൂടെ ഒരു വര വരയ്ക്കുക. ഇതിലെ 4 ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക.

c) (2,4), (2,3), (2,2),(2,1)എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ പരിഗണിക്കുക. ഓരോ ബിന്ദുവിന്റേയോ, x അക്ഷത്തിൽ നിന്നുള്ള അകലം എത്രയാണ്?

d) (3,0), (2,0), (1,0),(-1,0),(-2,0) ഈ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക. ഈ ബിന്ദുക്കളിൽ കൂടി കടന്നു പോകുന്ന വരയുടെ പ്രത്യേകത എന്ത്?

വിശകലനം

പ്രവർത്തനം - AB വരയ്ക്കുമ്പോൾ തന്നെ, ആ വര x അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമാകുന്നു. എന്ന് കുട്ടി സ്വാഭാവികമായും മനസ്സിലാക്കുന്നു. തന്നിരിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളുടെ y സൂചകസംഖ്യയും തുല്യമാണ് എന്ന് തിരിച്ചറിയുന്നു തുടർന്ന് part (b) ൽ വരുമ്പോൾ x അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായി വര വരയ്ക്കുന്നു. ഇതിലെ ഏതൊരു ബിന്ദുവിന്റേയും സൂചകസംഖ്യകൾ പരിശോധിച്ചാലും y സൂചകസംഖ്യ 2 തന്നെയാണ് എന്ന് തിരിച്ചറിയുന്നു.

തുടർന്ന് (2,4,), (2,3), (2,2), (2,1) എന്നീ ബിന്ദുകളുടെ x അക്ഷത്തിൽ നിന്നുള്ള അകലം 4,3,2,1 ഇവയാണെന്ന് മനസ്സിലാക്കുന്നു. അതായത് അകലങ്ങൾ കുറഞ്ഞ് വരുന്നു. അങ്ങനെയെങ്കിൽ xഅക്ഷത്തിൽ നിന്നുള്ള അകലം കുറഞ്ഞ് കുറഞ്ഞ് 0 ആയാലോ ? അത്തരം ബിന്ദുക്കൾ എല്ലാം തന്നെ x അക്ഷത്തിൽ തന്നെയാകുന്നു.

ആശയം

y അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ ഏത് വരയിലേയും ബിന്ദുക്കളുടെയെല്ലാം x സൂചകസംഖ്യകൾ തുല്യമാണ്. x അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദുക്കളുടെയെല്ലാം x സുചകസംഖ്യ '0' ആണ്.

പ്രവർത്തനം 3

a) p (3,2), Q(3,4) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക. PQ യോജിപ്പിക്കുക. (3,1), (3,-2) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ PQ എന്ന വരയിൽ തന്നെയാണോ? പരിശോധിക്കുക ?

b) A(2,2) എന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക. A യിലൂടെ y യ്ക്ക് സമാന്തരമായി ഒരു വര വരയ്ക്കുക. ഈ വരയിലെ 4 ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക.

c) (4,4), (3,4),(2,4), (1,4) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ പരിഗണിക്കുക. ഓരോ ബിന്ദുവിന്റേയും y അക്ഷത്തിൽ നിന്നുമുള്ള അകലം എന്ത് ?

d) (0,3), (0,2),(0,1),(0,-1),(0,-2) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക. ഈ ബിന്ദുക്കളിൽ കൂടി കടന്നുപോകുന്ന വരയുടെ പ്രത്യേകത എന്ത് ?

ആശയം

അക്ഷങ്ങൾ വരയ്ക്കാതെ തന്നിരിക്കുന്ന 2 ബിന്ദുക്കളുടെ സ്ഥാനങ്ങൾ രേഖപ്പെടുത്തുന്നു.

പ്രവർത്തനം 4

ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഓരോ ജോടി ബിന്ദുക്കളും അടയാളപ്പെടുത്തുക.

(3,4), (5,7); (3,4), (5,2); (3,4), (1,6); (3,4), (1,2)

വിശകലനം

(3,4), (5,7) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യഥാക്രമം P (3,4), Q (5,7) എന്ന് പരിഗണിക്കുന്നു. ആദ്യം ഒരു കുത്തിടുക. ഇതിനെ P (3,4) എന്നു വിളിക്കാം. x സൂചകസംഖ്യകൾ പരിശോധിച്ചാൽ 3 നേക്കാൾ വലുതാണ് 5

∴ P യുടെ വലതുവശത്താണ് Q വിന്റെ സ്ഥാനം. y സൂചകസംഖ്യകൾ പരിശോധിച്ചാൽ, 4 നേക്കാൾ വലുതാണ് 7.

ആയതിനാൽ P യുടെ മുകളിലാണ് Q വിന്റെ സ്ഥാനം. മുകളിൽ പറഞ്ഞ 2 നിബന്ധനകളും അംഗീകരിച്ചുകൊണ്ട് പറഞ്ഞാൽ Q വിന്റെ സ്ഥാനം P യുടെ വലതുമുകളിലാണ്.

∴ P യുടെ വലതുമുകളിലായി ഒരു കുത്തിടുക. അതിനെ Q (5,7) എന്നു വിളിക്കാം

ആശയം

തന്നിരിക്കുന്ന 2 ബിന്ദുക്കൾ എതിർ മൂലകളായി വരയ്ക്കുന്ന ചതുരത്തിന്റെ മറ്റ് രണ്ട് മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടെത്തുന്നു. (വശങ്ങൾ അക്ഷങ്ങൾക്ക് സമാന്തരമാണ്)

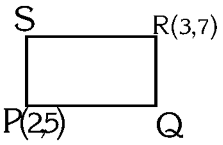
പ്രവർത്തനം 5

ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഓരോ ജോടി സൂചകസംഖ്യകളും എതിർ മൂലകളായി വരുന്ന ചതുരത്തിന്റെ മറ്റ് 2 മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.

(2,5), (3,7); (2,5),(7,3); (3,7),(2,5); (3,7),(2,8);

വിശദീകരണം

P(2,5), R(3,7) ഇവ ആദ്യം അടയാളപ്പെടുത്തുന്നു. ചതുരം PQRS വരയ്ക്കുന്നു.



Q എന്ന ബിന്ദു ഒരേ സമയം കുത്തനെയുള്ള വരയായ QR ലും വിലങ്ങനെയുള്ള വരയായ PQ വിലും ഉണ്ട്.

കുത്തനെയുള്ള വരകൾ y അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമാണല്ലോ. y അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വരയിലെ x സൂചകസംഖ്യകൾ തുല്യം അതായത് ഈ സമാന്തരവരയിലെ ഏതെങ്കിലും ഒരു ബിന്ദുവിന്റെ x സൂചകസംഖ്യ അറിയാമെങ്കിൽ അതുതന്നെയാണ് ഈ വരയിലെ മറ്റെല്ലാ ബിന്ദുക്കളുടേയും x സൂചകസംഖ്യ.

R(3,7), QR ലെ ഒരു ബിന്ദുവാണല്ലോ.

∴ Q വിന്റെ x സൂചകസംഖ്യ = 3 (ബിന്ദു - കുത്തനെയുള്ള വര - x കൾ തുല്യം)

കൂടാതെ Q എന്ന ബിന്ദു, PQ എന്ന വിലങ്ങനെയുള്ള വരയിലുമാണ്. വിലങ്ങനെയുള്ള വരകൾ x അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമാണല്ലോ. ആയതിനാൽ y കൾ തുല്യം. P (2,5) എന്നത് PQ വിലെ ഒരു ബിന്ദുവാണല്ലോ. ∴ Q വിന്റെ y സൂചകസംഖ്യ = 5

∴ Q(x,y) = Q(3,5)

(ബിന്ദു -വിലങ്ങനെയുള്ള വര y യ്ക്ക് തുല്യം)

ഇതുപോലെ S എന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ (2,7) ആണെന്ന് കണ്ടെത്തണം.

* ഒരു ബിന്ദുവിന്റെ സ്ഥാനം സൂചിപ്പിക്കാൻ ഉപയോഗിക്കുന്ന സംഖ്യകളാണ് ആ ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ

*x സൂചകസംഖ്യയെന്നാൽ y അക്ഷത്തിൽ നിന്നുള്ള അകലമാകുന്നു. y സൂചക സംഖ്യയെന്നാൽ x അക്ഷത്തിൽ നിന്നുള്ള അകലമാകുന്നു.

* x അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ ഏതു വരയിലേയും ബിന്ദുക്കളുടെയെല്ലാം y സൂചകസംഖ്യകൾ തുല്യമാണ്.

* x അക്ഷത്തലെ ബിന്ദുക്കളുടെയെല്ലാം y സൂചകസംഖ്യ പൂജ്യം ആണ്

* y അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ ഏതു വരയിലേയും ബിന്ദുക്കളുടെയെല്ലാം x സൂചകസംഖ്യകൾ തുല്യമാണ്. y അക്ഷത്തലെ ബിന്ദുക്കളുടെയെല്ലാം x സൂചകസംഖ്യ പൂജ്യം ആണ്

* തന്നിരിക്കുന്ന 2 ബിന്ദുക്കൾ എതിർ മൂലകളായി വരയ്ക്കുന്ന ചതുരത്തിന്റെ മറ്റ് 2 മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടെത്തുന്ന (വശങ്ങൾ അക്ഷങ്ങൾക്ക് സമാന്തരവും ആകുന്നു.)

ചില ചോദ്യങ്ങൾ കൂടി

1. x,y അക്ഷങ്ങൾ വരച്ച (2,1), (0,2), (-2,1), (-2,-2), (2,-2), (0,0) ഇവ സൂചകസംഖ്യകളായ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക.

2. വശങ്ങൾ അക്ഷങ്ങൾക്ക് സമാന്തരമായ ഒരു ചതുരം പരിഗണിക്കുന്നു. ഇതിന്റെ ഒരു ജോഡി എതിർ മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ (-3, -2), (-1,4) എന്നിവയാണ്. ചതുരത്തിന്റെ മറ്റു രണ്ടു മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കാണുക.?

3. ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കൾ എതിർ മൂലകളായി വരുന്ന ചതുരം വരയ്ക്കുക. (ഏകദേശചിത്രം). മറ്റു മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടെത്തുക. (ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങൾ അക്ഷങ്ങൾക്കു സമാന്തരമാണെന്ന് സങ്കൽപ്പിക്കുന്നു) (0,0) , (2,5) ; (0,0), (-2,5) ; (0,0), (-2,-5) ; (0,0), (2 ,-5) ; (-2,-5), (3,7) ; (-2, -5), (-3,-7) ; (-3, 7), (2,5) ; (-2,5), (-3 ,7)

4. 3 സെ.മി.നീളവും, 2 സെ.മി വീതിയുമുള്ള ചതുരം PQRS പരിഗണിക്കുക.

a) P(0,0), ആയി എടുത്താൽ Q,R,S എന്നിവയുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക.

b) P(3,2), ആയി എടുത്താൽ Q,R,S എന്നിവയുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക.

5. കേന്ദ്രം ആധാരബിന്ദുവായ ഒരു വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവാണ് (-4,3)

a) വൃത്തത്തിന്റെ ആരം എത്ര ?

b) വൃത്തം x അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക.

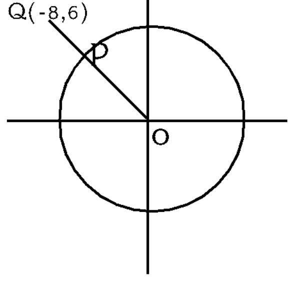
c) വൃത്തം y അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക.

d) (-7, -3) എന്ന ബിന്ദുവിൽക്കൂടി x അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായി വരയ്ക്കുന്ന വര ഈ വൃത്തത്തെ ഖണ്ഡിക്കുമോ ? ഖണ്ഡിക്കുമെങ്കിൽ ആ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക.

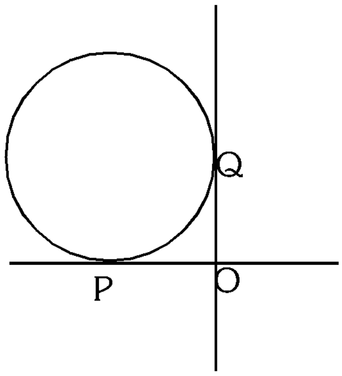
6. Δ ABC യിൽ AB = AC = 5 cm. B(-2,2), C (6,2) ആയാൽ A യുടെ സൂചകസംഖ്യ കാണുക ?

7. സമഭുജത്രികോണം ABC യിൽ A യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ (-2,2) B യുടേത് (6,2) ആകുന്നു. C യുടെ സുചകസംഖ്യ കാണുക.

8. കേന്ദ്രം ആധാരബിന്ദുവും ആരം 5 സെ.മി.യുമായ ഒരു വൃത്തമാണ് ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നത്. OP എന്ന വരയിൽ ഒരു ബിന്ദുവാണ് Q (-8,6) എങ്കിൽ P യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എന്ത് ?



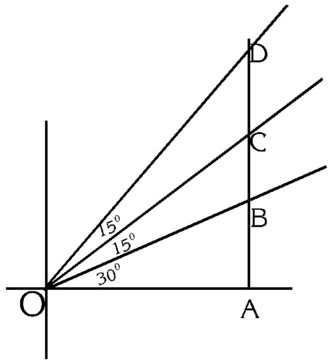
9. ചിത്രത്തിൽ x അക്ഷവും y അക്ഷവും വൃത്തത്തിന്റെ P യിലേയും Q വിലേയും തൊടുവരകളാകുന്നു. OQ = 3 cm ആയാൽ P,Q, ഇവയുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ ഏവ ? വൃത്തകേന്ദ്രത്തിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ കാണുക.



10. ചിത്രം നിരീക്ഷിക്കുക.

OA = 6 cm എങ്കിൽ

BC, CD, BD ഇവ കാണുക



11. സാമാന്തരികം ABCD യിലെ വിവരണങ്ങൾ സൂചകാക്ഷങ്ങൾക്ക് സമാന്തരമാകുന്നു. കൂടാതെ A (1,0), C(7,0) ആകുന്നു.

a) $\angle$ BCD = 120° ആയാൽ D, B ഇവയുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക?.

b) $\angle$ BCD = 60° ആയാൽ D, B ഇവയുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക.?

7. സാധ്യതകളുടെ ഗണിതം

ശാസ്ത്രീയമായ വിശകലനത്തിലൂടെ വിശ്വാസ്യത കൂടിയ പ്രവചനം നടത്തുന്നതിന് സംഖ്യകൾ എപ്രകാരം ഉപയോഗിക്കാം എന്നതാണ്. സാധ്യതകളുടെ ഗണിതത്തിലൂടെ ചർച്ചചെയ്യുന്നത്. സാധ്യതകളെ സംഖ്യാപരമായി വിശകലനം ചെയ്യുന്നതാണ് പാഠഭാഗത്തിന്റെ തുടക്കത്തിലെ ചർച്ച. ഏതെങ്കിലും ഒരു പ്രവർത്തനത്തിലൂടെ ഒരു പ്രത്യേക ഫലം ലഭിക്കുന്നതിനുള്ള സാധ്യത കണ്ടെത്തുകയാണിവിടെ ചെയ്യുന്നത്. തുടർന്ന് രണ്ട് ഭാഗങ്ങളിലായി നടക്കുന്ന ഒരു പ്രവർത്തനത്തിൽ ഒരു നിശ്ചിതഫലം ലഭിക്കുന്നതിനുള്ള സാധ്യത ചർച്ചചെയ്യുന്നു. ഒരു പ്രവർത്തനത്തിന്റെ ഭാഗമായി ലഭിക്കുന്ന ആകെ ഫലങ്ങളുടെ എണ്ണത്തിന്റെ എത്രഭാഗമാണ് അനകൂല ഫലങ്ങളുടെ എണ്ണം എന്ന് കണക്കാക്കിയാണ് അനുകൂലഫലം ലഭിക്കുന്നതിനുള്ള സാധ്യത കണക്കാക്കുന്നത്.

ആശയം

* ഒരു പ്രവർത്തനത്തിന്റെ ഭാഗമായി ഒരു പ്രത്യേക ഫലം ലഭിക്കുന്നതിനുള്ള സാധ്യത കണക്കാക്കുന്നതിന്.

പ്രവർത്തനം 1

ഒരു പാത്രത്തിൽ 5 വെളുത്ത മുത്തുകളും, 7 കറുത്ത മുത്തുകളും 8 ചുവന്ന മുത്തുകളും ഉണ്ട്. പാത്രത്തിലേക്ക് നോക്കാതെ ഒരു മുത്തെടുക്കുകയാണെങ്കിൽ

a) വെളുത്ത മുത്ത് കിട്ടുന്നതിനുള്ള സാധ്യത എത്ര ?

b) കറുത്ത മുത്ത് കിട്ടുന്നതിനുള്ള സാധ്യത എത്ര ?

c) ചുവന്ന മുത്ത് കിട്ടുന്നതിനുള്ള സാധ്യത എത്ര ?

d) കറുത്തതോ അല്ലെങ്കിൽ വെളുത്തതോ ആയ മുത്ത് കിട്ടുന്നതിനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

e) വെളുത്തതോ അല്ലെങ്കിൽ ചുവന്നതോ ആയ മുത്ത് കിട്ടുന്നതിനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

വിശകലനം

പാത്രത്തിൽ ആകെ 20 മുത്തുകളാണ് ഉള്ളത്.

വെളുത്ത മുത്തുകളാണ് കിട്ടേണ്ടത് എങ്കിൽ അനുകൂലഫലങ്ങൾ = 5

വെളുത്ത മുത്തു കിട്ടുവാനുള്ള സാധ്യത = $^5/_{20}$

കറുത്ത മുത്തുകളുടേയും വെളുത്ത മുത്തുകളുടേയും ആകെ എണ്ണം = 5+7 = 12

അതിനാൽ കറുത്തതോ അല്ലെങ്കിൽ വെളുത്തതോ ആയ മുത്ത് കിട്ടുന്നതിനുള്ള സാധ്യത = $^{12}/_{20}$

ആശയം

അനുകൂല ഫലങ്ങളുടെ എണ്ണവും ആകെഫലങ്ങളുടെ എണ്ണവും ഉപയോഗിച്ച് സാധ്യത കണക്കാക്കുന്നതിന്

പ്രവർത്തനം 2

ഡിസംബർ മാസത്തിൽ 5 ഞായറാഴ്ചകൾ ലഭിക്കുന്നതിനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

ആശയം

ഒരു പ്രവർത്തനത്തിന്റെ രണ്ട് ഘട്ടങ്ങളിൽ ലഭിക്കുന്ന ഫലങ്ങളെ അടിസ്ഥാനമാക്കി സാധ്യത കണക്കാക്കുന്നതിന്.

പ്രവർത്തനം 4

1 മുതൽ 6 വരെ അടയാളപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്ന രണ്ട് സമചതുരകട്ടകൾ ഒരുമിച്ചെറിയുമ്പോൾ, തറയിൽ

a) ഒരേ സംഖ്യകൾ വീഴുന്നതിനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

b) രണ്ട് ഒറ്റസംഖ്യകൾ വീഴുന്നതിനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

c) രണ്ട് അഭാജ്യസംഖ്യകൾ വീഴുന്നതിനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

d) രണ്ട് പൂർണ്ണവർഗങ്ങൾ വീഴുന്നതിനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

e) ഒന്ന് ഒറ്റസംഖ്യയും രണ്ടാമത്തേത് ഇരട്ട സംഖ്യയും കിട്ടുന്നതിനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

f) ഒന്ന് അഭാജ്യസംഖ്യയും രണ്ടാമത്തേത് പൂർണ്ണ വർഗ്ഗവും കിട്ടുന്നതിനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

g) ഒന്നിന്റെ വർഗം രണ്ടാമത്തേത് കിട്ടുവാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

h) ഒന്നിന്റെ ഇരട്ടി രണ്ടാമത്തേത് കിട്ടുവാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

i) സംഖ്യകളുടെ തുക 6 കിട്ടുവാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

j) സംഖ്യകളുടെ തുക 8 കിട്ടുന്നതിനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

k) തുക ഏത് സംഖ്യ കിട്ടുന്നതിനാണ് കൂടിയ സാധ്യത ഉള്ളത്.

വിശകലനം

a) ഇവിടെ അനുകൂലഫലങ്ങൾ 6 എണ്ണമാണ് ഉള്ളത്

b) അനുകൂലഫലങ്ങൾ 3 x 3 = 9 എണ്ണമാണ് ഉള്ളത്

c) അനുകൂലഫലങ്ങൾ 3 x 3 = 9 എണ്ണമാണ് ഉള്ളത്

d) അനുകൂലഫലങ്ങൾ 2 x 2 = 4

e) അനുകൂലഫലങ്ങൾ 3 x 3 + 3 x 3 = 18

f) അനുകൂലഫലങ്ങൾ 3 x 2+ 2 x 3 = 12

g) അനുകൂലഫലങ്ങൾ 3 ((1,1); (2,4) ; (4, 2))

h) അനുകൂലഫലങ്ങൾ 3 + 3 = 6

i) അനുകൂലഫലങ്ങൾ = 5

j) അനുകൂലഫലങ്ങൾ = 5

k) തുക 7 കിട്ടുന്നതിനുള്ള അനുകൂലഫലങ്ങൾ -6

ആകെ ഫലങ്ങളുടെ എണ്ണം = 6 x 6 = 36

ഇനി ഓരോ സന്ദർഭത്തിലേയും സാധ്യത കണക്കാക്കാം

ആശയം

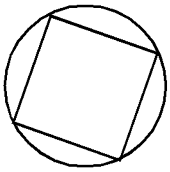
ജ്യാമിതീയ പ്രശ്നങ്ങൾക്ക് സാധ്യത കണക്കാക്കുന്നതിന്

പ്രവർത്തനം 5

ഒരു വൃത്തത്തിനകത്ത് പരമാവധി വലിയ ഒരു സമചതുരം വരച്ചിരിക്കുന്നു. ഒരു ചിത്രം കടലാസിൽ ഉണ്ട്. ചിത്രത്തിലേക്ക് നോക്കാതെ ഒരു കുത്തിട്ടാൽ കുത്ത്.

a) സമചതുരത്തിന് അകത്താകുവാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

b) സമചതുരത്തിന് പുറത്താകുവാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?



വിശകലനം

സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശം a എന്നെടുത്താൽ വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം $\sqrt{2}$ a ആയിരിക്കും.

ആകെ ഫലങ്ങൾ = വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $\pi \frac{(a\sqrt{2})^2}{2^2}$ = $\pi \frac{a^2}{2}$

അനുകൂലഫലങ്ങൾ = സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = a^2

ആകെ ഫലങ്ങൾ = $\pi \frac{a^2}{2}$

a) അനുകൂലഫലങ്ങൾ a^2 ; സാധ്യത = $2/\pi$

b) അനുകൂലഫലങ്ങൾ = - a^2 = $\pi \frac{a^2}{2}$ $(\pi/2-1)a^2$

സാധ്യത = $1 - 2/\pi$

ചില ചോദ്യങ്ങൾ കൂടി

1. ഒരു പാത്രത്തിൽ 6 കറുത്ത പന്തുകളും 9 വെളുത്ത പന്തുകളും ഉണ്ട്. മറ്റൊരു പാത്രത്തിൽ 8 കറുത്ത പന്തുകളും 12 വെളുത്ത പന്തുകളും ഉണ്ട്. പാത്രങ്ങളിലേക്ക് നോക്കാതെ ഒരു പന്തെടുത്താൽ

a) കറുത്ത പന്ത് കിട്ടുവാനുള്ള സാധ്യത കൂടുതൽ ഏത് പാത്രത്തിൽ നിന്നാണ് ?

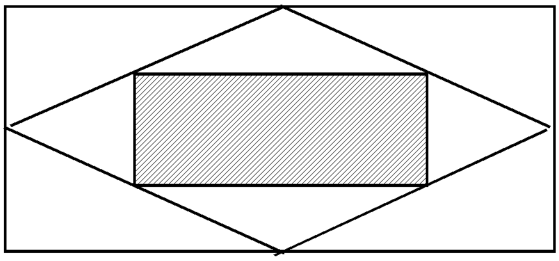
b) വെളുത്തപന്ത് കിട്ടുവാനുള്ള സാധ്യത കൂടുതൽ ഏത് പാത്രത്തിൽ നിന്നാണ് ?

2. a) അധി വർഷത്തിൽ 53 ഞായറാഴ്ചകൾ കിട്ടുന്നതിനുള്ള സാധ്യത എത്ര

b) അധി വർഷത്തിലെ ഫിബ്രവരി മാസത്തിൽ 5 ഞായറാഴ്ചകൾ കിട്ടുന്നതിനുള്ള സാധ്യത എത്ര ?

c) അധി വർഷമല്ലാത്ത ഒരു വർഷത്തിൽ 53 ഞായറാഴ്ചകൾ ലഭിക്കുന്നതിനുള്ള സാധ്യത എത്ര

3.



ചിത്രത്തിൽ ഒരു ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ മധ്യബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിച്ച് ഉണ്ടാക്കിയ സമഭുജസമാന്തരീകത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ മധ്യബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിച്ച് കിട്ടിയ ചതുരമാണ് ഷെയ്ഡ് ചെയ്ത ചതുരം. ചിത്രത്തിലേക്ക് നോക്കാതെ പെൻസിൽ കൊണ്ട് ഒരു കുത്തിട്ടാൽ അത് ഷെയിഡ് ചെയ്ത ചതുരത്തിൽ ആവാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

4. ഒരു പാത്രത്തിൽ 4 കറുത്ത മുത്തുകളും 6 വെളുത്ത മുത്തുകളും ഉണ്ട്. മറ്റൊരു പാത്രത്തിൽ 7 കറുത്ത മുത്തുകളും, 8 വെളുത്ത മുത്തുകളും ഉണ്ട്. രണ്ടു പാത്രങ്ങളിൽ നിന്നും നോക്കാതെ ഓരോ മുത്തെടുക്കുന്നു.

a) രണ്ടും കറുത്ത മുത്തുകളാകുവാനുള്ള സാധ്യത എത്ര ?

b) രണ്ടും വെളുത്ത മുത്തുകളാകുവാനുള്ള സാധ്യത എത്ര ?

c) ഒന്നു കറുത്തതും, മറ്റേത് വെളുത്തതുമാകുവാനുള്ള സാധ്യത എത്ര ?

ഒന്നാമത്തെ പാത്രത്തിൽ നിന്നും ഒരു കറുത്ത മുത്ത് രണ്ടാമത്തേതിലേക്കും, രണ്ടാമത്തെ പാത്രത്തിൽ ഒരു വെളുത്ത മുത്ത് ഒന്നാമത്തെ പാത്രത്തിലേക്കും മാറ്റിയശേഷം പാത്രത്തിലേക്ക് നോക്കാതെ ഒരു മുത്തെടുത്താൽ,

രണ്ടും വെളുത്ത മുത്ത് കിട്ടുവാനുള്ള സാധ്യതക്ക് എന്ത് മാറ്റമാണ് ഉണ്ടാവുക

രണ്ടും കറുത്ത മുത്ത് കിട്ടുവാനുള്ള സാധ്യതക്ക് എന്ത് മാറ്റമാണ് ഉണ്ടാവുക

5. 1 മുതൽ 10 വരെ എണ്ണൽ സംഖ്യകൾ ഓരോന്നായി എഴുതിയ 10 കടലാസ് കഷ്ണങ്ങൾ ഒരു പാത്രത്തിൽ ഉണ്ട്. 1 മുതൽ 100 വരെയുള്ള പൂർണ്ണ വർഗങ്ങൾ (രണ്ടും ഉൾപ്പടെ) മത്രം ഓരോന്നായി എഴുതിയ കടലാസ് കഷ്ണങ്ങൾ രണ്ടാമത്തെ രണ്ടാമത്തെ പാത്രത്തിൽ ഇട്ടിരിക്കുന്നു. രണ്ട് പാത്രങ്ങളിൽ നിന്നും നോക്കാതെ ഓരോ കടലാസ് കഷ്ണങ്ങൾ എടുക്കുകയാണെങ്കിൽ

a) രണ്ടും ഒറ്റസംഖ്യകളാകുവാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

b) രണ്ടും ഒരേസംഖ്യകളാകുവാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

c) ഒന്നിന്റെ വർഗ്ഗം രണ്ടാമത്തേത് ആകുവാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

8. തൊടുവരകൾ

ഒരു വൃത്തത്തെ ഖണ്ഡിച്ചുകൊണ്ട് ഒരു വരവരച്ചാൽ ഈ വര വൃത്തത്തെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കളിൽ ഖണ്ഡിക്കും ഈ വര വൃത്തകേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നകലും തോറും. ഈ രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ അടത്തടുത്ത് വരും. ഒടുവിൽ ഈ ബിന്ദുക്കൾ കൂടി ചേർന്ന് ഒരു ബിന്ദുവായി മാറും അപ്പോൾ ഛേദകരേഖതൊടുവരയായി മാറും. ഒരു വര, വൃത്തതിന്റെ തൊടുവരയാവുന്നതിന്റെ നിബന്ധനയാണ് ഈ പാഠഭാഗത്തിലെ ആദ്യചർച്ച വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവിൽ കൂടി വരയ്ക്കുന്ന തൊടുവര ആ ബിന്ദുവിൽ കൂടിയുള്ള ആരത്തിന് ലംബമാകുമെന്ന് ഇവിടെ ക്രോഡീകരിക്കുന്നു. തുടർന്ന് വൃത്തത്തിന്റെ ബഹിർ ഭാഗത്തുള്ള ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേക്ക് രണ്ട് തൊടുവരകൾ വരക്കാമെന്നും അവയുടെ നീളങ്ങൾ തുല്യമായിരിക്കുമെന്നും കണ്ടെത്തുന്നു. കൂടാതെ ഈ തൊടുവരകൾകിടയിലുള്ള കോണും, തൊടു ബിന്ദുക്കൾ വൃത്തകേന്ദ്രത്തിൽ ഉണ്ടാക്കുന്നകോണും അനുപൂരകമാണെന്ന് കാണുന്നു. ഇതിന്റെയൊക്കെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ അന്തർവൃത്ത ആരവും കോണുകളും ഉപയോഗിച്ച് ത്രികോണം നിർമ്മിക്കുന്ന രീതി ചർച്ചചെയ്യുന്നു. തൊടുവരയും തൊടുബിന്ദുവിൽകൂടി വരയ്ക്കുന്ന ഞാണും തമ്മിൽ ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ, ഞാൺ അതിന്റെ മറുഖണ്ഡത്തിൽ ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണിന് തുല്യമായിരിക്കും എന്ന ചർച്ചയിലൂടെ ഒട്ടേറെ ജ്യാമിതീയ പ്രശ്നങ്ങൾ ചർച്ച ചെയ്യുന്നു. ഒടുവിൽ ത്രികോണത്തിന്റെ അന്തർവൃത്തം വരയ്ക്കുന്ന ചർച്ചയിലൂടെ പാഠഭാഗം അവസാനിക്കുന്നു.

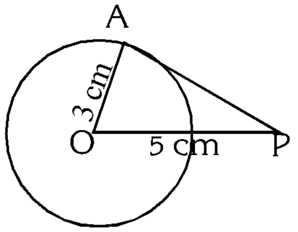
ആശയം

വൃത്തത്തിന് പുറത്തുള്ള ഒരു ബിന്ദവിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേക്ക് വരയ്ക്കുന്ന തൊടുവരയുടെ നീളം കാണുന്നതിന്.

പ്രവർത്തനം 1

3 സെ.മി. ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും 5 സെ.മി. അകലെയുള്ള ബിന്ദുവിൽ നിന്ന് വൃത്തത്തിലേക്ക് വരയ്ക്കുന്ന തൊടുവരയുടെ നീളം കാണുക.

വിശകലനം



Δ OAP മട്ടത്രികോണമാണ്.

$$AP^2 = OP^2 - OA^2$$

AP 4 cm

ആശയം

വൃത്തത്തിലെ രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന ചെറിയ ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോണും, ഈ ബിന്ദുക്കളിലെ തൊടുവരകൾക്കിടിയിലുള്ള കോണും അനുപൂരകമാണ്.

പ്രവർത്തനം 2

ചിത്രത്തിൽ PA ,PB തൊടുവരകൾ ആണ്

$\angle A = \angle B = 90^0$

$\angle AOB = 180-50 = 130^0$

ആശയം

ഒരു ത്രികോണത്തിലെ രണ്ടു കോണുകളും അന്തർവൃത്തആരവും തന്നാൽ ത്രികോണം നിർമ്മിക്കുന്നതിന്

പ്രവർത്തനം 3

ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ 2 കോണുകൾ 40^0, 60^0 ആണ്.

ഈ ത്രികോണത്തിന്റെ അന്തർവൃത്ത ആരം 3 സെ.മി. ആണ്. ത്രികോണം നിർമ്മിക്കുക

വിശകലനം

O കേന്ദ്രമായ വൃത്തം വരയ്ക്കുക. കേന്ദ്രത്തിൽ 140^0 ൽ $\angle POR$ വരയ്ക്കുക. 120^0ൽ $\angle POQ$ വരയ്ക്കുക. P,O,Q എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ കൂടി തൊടുവരകൾ വരച്ച് ത്രികോണം പൂർത്തിയാക്കുക.

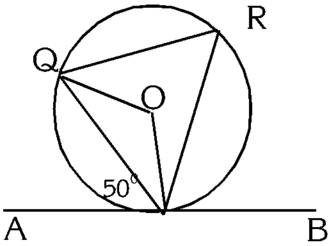
ആശയം

വൃത്തത്തിന്റെ ഒരു ഞാണും അതിന്റെ ഒരറ്റത്തു കൂടിയുള്ള തൊടുവരയും തമ്മിലുള്ള ഓരോ കോണും ആ ഞാണിന്റെ മറുവശത്തുള്ള വൃത്ത ഖണ്ഡത്തിലെ കോണിന് തുല്യമാണ്

പ്രവർത്തനം 4

ചിത്രത്തിൽ $\angle APQ = 50^0$

ആയാൽ $\angle PRQ$, $\angle POQ$ ഇവ കണ്ടുപിടിക്കുക



വിശകലനം

$\angle PRQ = 50^0$ (PQ എന്ന ഞാണിന്റെ മറു ഖണ്ഡത്തിലെ കോൺ)

$\angle POQ = 100^0$

ആശയം

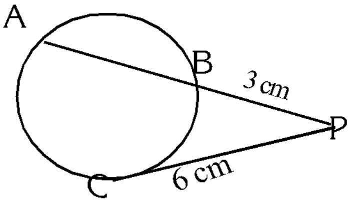
വൃത്തത്തിന് പുറത്തുള്ള ബിന്ദു P യിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേക്ക് വരയ്ക്കുന്ന വര വൃത്തത്തെ A യിലും B യിലും ഖണ്ഡിക്കുന്നു. PC തൊടുവരയും ആയാൽ $PA \times PB = PC^2$ ആയിരിക്കും.

പ്രവർത്തനം 5

ചിത്രത്തിൽ PC = 6 സെ.മി.

PB = 3 സെ.മി.

PA കാണുക



വിശകലനം

PA x PB = PC^2

PA = $^{36}/_{3}$ = 12 സെ.മി.

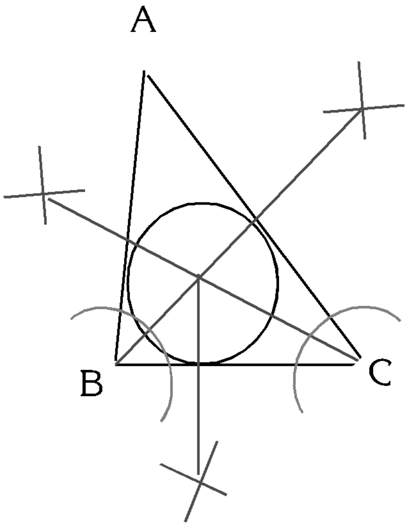
ആശയം

ത്രികോണത്തിന്റെ അന്തർവൃത്തം വരയ്ക്കുന്നതിന്

പ്രവർത്തനം 6

വശങ്ങളുടെ നീളം 4 സെ.മി., 5 സെ.മി., 6 സെ.മി.

ആയ ഒരു ത്രികോണം വരച്ച് അതിന്റെ അന്തർ വൃത്തം വരയ്ക്കുക



വിശകലനം

തന്നിരിക്കുന്ന അളവിൽ Δ ABC വരയ്ക്കുക,

$\angle$ B, $\angle$ C, ഇവയുടെ സമഭാജികൾ വരയ്ക്കുക.

ഇവ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദു O ആണ്.

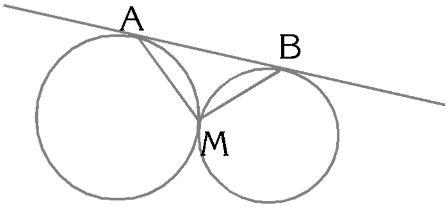
O യിൽ നിന്ന് BC യിലേക്ക് ലംബം OD വരയ്ക്കുക,

O കേന്ദ്രമായും OD ആരമായും വൃത്തം വരയ്ക്കുക

ആശയം

ബാഹ്യബിന്ദുവിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേക്ക് വരക്കുന്ന തൊടുവരകളുടെ നീളങ്ങൾ തുല്യമായിരിക്കും

പ്രവർത്തനം 7



ചിത്രത്തിൽ രണ്ട് വൃത്തങ്ങൾ M എന്ന ബിന്ദുവൽ തൊടുന്നു. വൃത്തങ്ങളുടെ പൊതുവായ ഒരു തൊടുവരവൃത്തങ്ങളെ A യിലും B യിലും തൊടുന്നു. Δ AMB ഒരു മട്ടത്രികോണമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക

വിശകലനം

M ൽ കൂടി വൃത്തങ്ങൾക്ക് പൊതുവായി ഒരു തൊടുവര വരയ്ക്കുക. ഇത് AB യെ P യിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു.

PA = PM = PB.

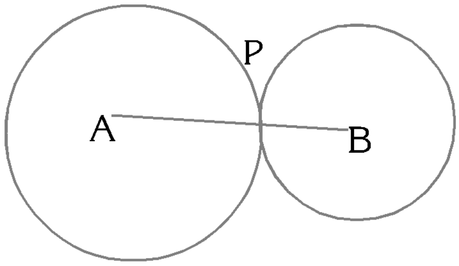
P കേന്ദ്രമായി PA ആരത്തിൽ അർദ്ധവൃത്തം വരച്ചാൽ M അർദ്ധവൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുവായിരിക്കും

ആശയം

വൃത്തത്തിലെ തൊടുവരയും തൊടു ബിന്ദുവിൽ കൂടിയുള്ള ആരവും പരസ്പരം ലംബമായിരിക്കും

പ്രവർത്തനം 8

A, B കേന്ദ്രങ്ങളായി വരക്കുന്ന രണ്ട് വൃത്തങ്ങൾ D എന്ന ബിന്ദുവൽ തൊടുന്നു



A,P, B എന്നിവ ഒരേ വരയിൽ ആകുമെന്ന് തെളിയിക്കുക

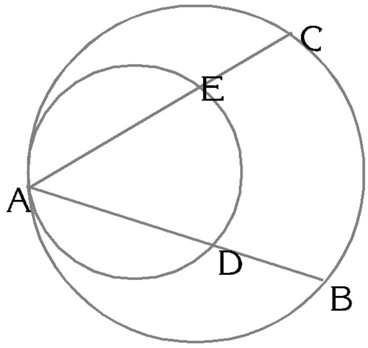
വിശകലനം

P യിൽ കൂടി വൃത്തങ്ങൾക്ക് പൊതുവായ തൊടുവര CD വരയ്ക്കുക. തൊടുവരയും, തൊടുബിന്ദുവിൽ കൂടിയുള്ള ആരവും പരസ്പരം ലംബമായിരിക്കും. $\angle APC = \angle BPC = 90^0$, $\angle APB = 180^0$

ആശയം

തൊടുവരയും തൊടുബിന്ദുവിൽ കൂടിയുള്ള ഞാണും തമ്മിൽ ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ, ഞാൺ, അതിന്റെ മറ്റു ഖണ്ഡത്തിൽ ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണിന് തുല്യമായിരിക്കും.

പ്രവർത്തനം 11



ചിത്രത്തിൽ രണ്ട് വൃത്തങ്ങൾ A എന്ന ബിന്ദുവിൽ തൊടുന്നു. വലിയ വൃത്തത്തിന്റെ AB, AC എന്നീ ഞാണുകൾ ചെറിയ വൃത്തത്തെ E, D എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു AB യുടെ മധ്യബിന്ദുവാണ് D എങ്കിൽ AC യുടെ മധ്യബിന്ദു ആണ് E എന്നു തെളിയിക്കുക

വിശകലനം

A യിൽ കൂടി വൃത്തങ്ങൾക്ക് പൊതുവായ ഒരു തൊടുവര PQ വരയ്ക്കുക

ED, BC വരയ്ക്കുക

$\angle PAD = \angle AED$; $\angle PAB = \angle ACB$; $\therefore$ $\angle AED = \angle ACB$

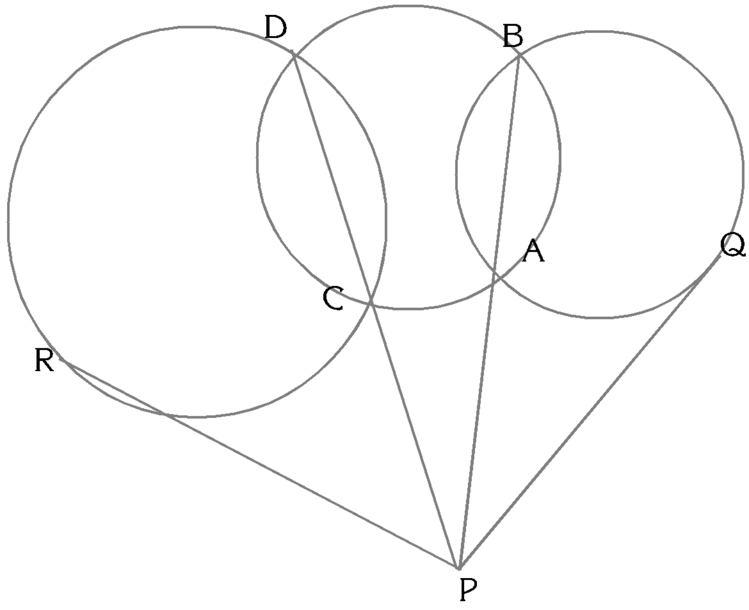
$\angle QAE = \angle ADE$; $\angle QAC = \angle ABC$; $\therefore$ $\angle ADE = \angle ABC$

$\Delta AED \sim \Delta ACD$

ആശയം

വൃത്തത്തിന് പുറത്തുള്ള ബിന്ദു P യിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേക്ക് വരക്കുന്ന വര വൃത്തത്തെ A യിലും B യിലും ഖണ്ഡിക്കുന്നു. p യിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേക്ക് വരയ്ക്കുന്ന തൊടുവര.

പ്രവർത്തനം 12



ചിത്രത്തിൽ വൃത്തങ്ങൾ A, B; C,D എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു. PQ, PR എന്നിവ വൃത്തങ്ങളുടെ തൊടുവരകൾ ആണ്.

PQ = PR ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക

വിശകലനം

$PC \times PD = PA \times PB$

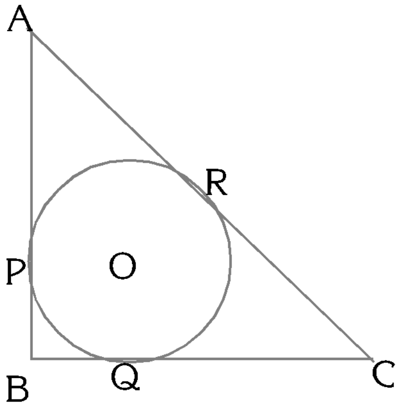
$PC \times PD = PR^2$; $PA \times PB = PQ^2$; $PR^2 = PQ^2$, $PR = PQ$

ആശയം

വൃത്തത്തിന്റെ ബാഹ്യബിന്ദുവിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേക്ക് വരയ്ക്കുന്ന തൊടുവരയടെ നീളങ്ങൾ തുല്യമായിരിക്കും

തൊടുവരയും, തൊടു ബിന്ദുവിൽ കൂടി വരക്കുന്ന ആരവും പരസ്പരം ലംബമായിരിക്കും

പ്രവർത്തനം 13



ചിത്രത്തിൽ Δ ABC മട്ടകോണാണ്. $\angle$ B -90^0 . ത്രികോണത്തിന്റെ അന്തർവൃത്തവ്യാസം AB +BC-AC ആണെന്നു തെളിയിക്കുക

വിശകലനം

AB വൃത്തത്തെ തൊടുന്ന ബിന്ദു P യും BC തൊടുന്ന ബിന്ദു Q വും എടുത്താൽ BPOQ ഒരു സമചതുരമാകും. OP = OQ =r

AP = AB -r ; CR = BC-r, AR = AB -r,

AR + CR =AC;

AB-r + BC-r =AC

2r = AB+BC-AC

ചില ചോദ്യങ്ങൾ കൂടി

1. 6 സെ.മി. ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ വെളിയിലുള്ള ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്ന് വൃത്തത്തിലേക്ക് 8 സെ.മി. നീളമുള്ള ഒരു തൊടുവര വരച്ചു എങ്കിൽ ആ ബിന്ദു വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും എന്തകലത്തിലായിരിക്കും?

2. 5 സെ.മി. ആരമുള്ള ഒരു വൃത്ത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും 13 സെ.മി. അകലെയുള്ള ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേക്ക് എത്ര തൊടുവരകൾ വരയ്ക്കാം ? ഇവയുടെ നീളങ്ങൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.

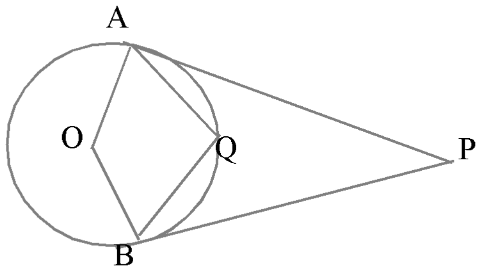
3. 5 സെ.മി. ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുക ഇതിന്റെ കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും 8 സെ.മി. അകലെയുള്ള ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്ന് വൃത്ത്തിലേക്ക് തൊടുവരകൾ വരച്ച് അവയുടെ നീളങ്ങൾ അളന്നെഴുതുക.

4. 2 സെ.മി. ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തത്തിൽ നിന്ന് സമാന്തരമായ തൊടുവരകൾ വരയ്ക്കുക

5. ചിത്രത്തിൽ PA, PB എന്നില തൊടുവരകൾ ആണ്.

O വൃത്തകേന്ദ്രം $\angle$ APB = 50^0 ആയാൽ

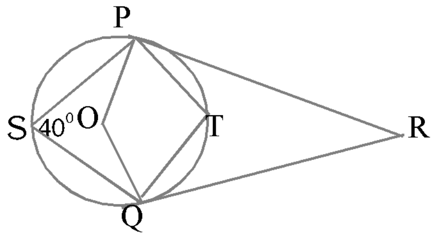
$\angle$ AQB യുടെ അളവെന്ത് ?



6. ചിത്രത്തിൽ PR, QR തൊടുവരകൾ ആണ്. O വൃത്തകേന്ദ്രം

∠PSQ = 40^{0} ആയാൽ

∠POQ , ∠PTQ, ∠PRQ എന്നിവ കണ്ടുപിടിക്കുക

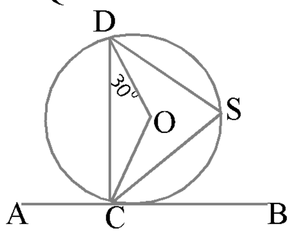


7 ചിത്രത്തിൽ AB തൊടുവര

∠ODC = 30^{0}

∠CSD, ∠COD, ∠ACD

ഇവ കാണുക

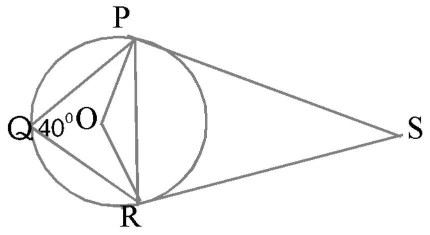


8. ചിത്രത്തിൽ PS, RS എന്നിവ തൊടുവരകൾ

∠PSR = 70^{0} ആയാൽ

∠POR, ∠PQR, ∠SPR, ∠SRP

എന്നിവ കാണുക?

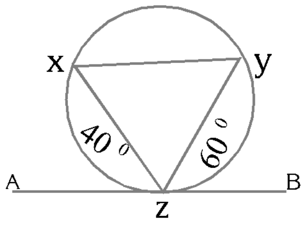


9. ചിത്രത്തിൽ AB തൊടുവര

∠AZX = 40^{0}

∠AZY = 60^{0} ആയാൽ

Δ XYZ ന്റെ 3 കോണുകളും കാണുക

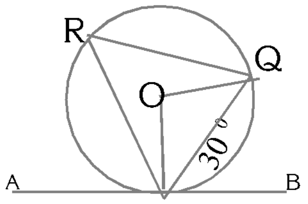


10 ചിത്രത്തിൽ AB തൊടുവര

∠BPQ = 30^{0} , PQ =4 സെ.മി. ആയാൽ

∠PRQ എത്ര ? , ∠POQ എത്ര ?

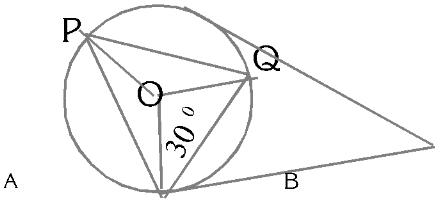
വൃത്തത്തിന്റെ ആരം എത്ര ?



11.ചിത്രത്തിൽ AB, AC തൊടുവരകൾ

∠BAC = 30^{0} , ∠COD = 120^{0} ആയാൽ .

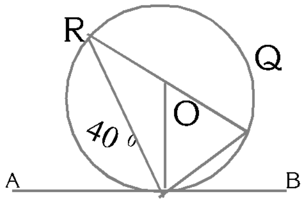
∠BCD കാണുക ?



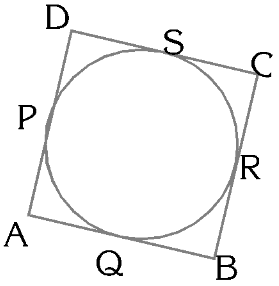
12. ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രവും

PQ തൊടുവരയും ആണ്.

< QRT , < QRT, < ROS ഇവ കാണുക



13ചതുർഭുജം ABCD യുടെ വശങ്ങളെ അന്തർ വൃത്തം P.Q.R.S എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ തൊടുന്നു. ചതുർഭുജം ABCD യുടെ ചുറ്റളവ് 2(AB+CD) ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക



14. 6 സെ.മി. വശമുള്ള ഒരു സമചതുരംവരച്ച് അതിന്റെ അന്തർവൃത്തം വരയ്ക്കുക

15. 5 സെ.മി., 6 സെ.മി. 7 സെ.മി. വശമുള്ള ഒരു ത്രികോണം നിർമ്മിച്ച് അതിന്റെ അന്തർവൃത്തം വരയ്ക്കുക

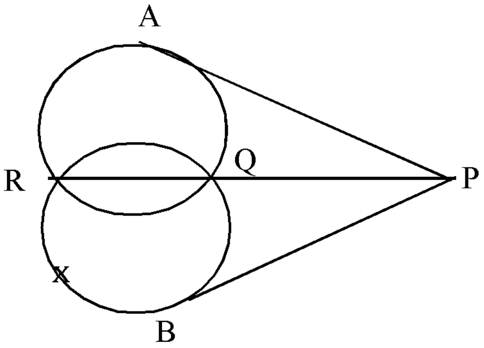
16. AB = 6 cm, < A = 50^0 , < B = 70^0 ത്രികോണം ABC വരച്ച് അതിന്റെ അന്തർവൃത്തം വരയ്ക്കുക.

17. AB = 6 cm, AC =5 cm, < A = 50^0 ത്രികോണം ABC വരച്ച് അതിന്റെ അന്തർവൃത്തം വരയ്ക്കുക.

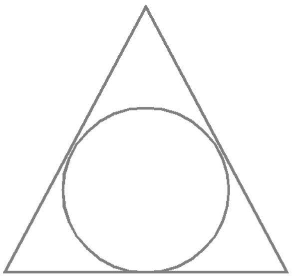
18.ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ട് കോണുകൾ 70^0 ,60^0 ഇതിന്റെ അന്തർവൃത്തത്തിന്റെ ആരം 2 സെ.മി. ആയാൽ ത്രികോണം നിർമ്മിക്കുക.

19. ചിത്രത്തിൽ 2 വൃത്തങ്ങൾ Q,R എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു.

PA= PB എന്ന് തെളിയിക്കുക.



20. ചിത്രത്തിൽ Δ ABC യുടെ അന്തർ വൃത്തം AB, BC, AC എന്നീ വശങ്ങളെ P,Q, R എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ തൊടുന്നു.

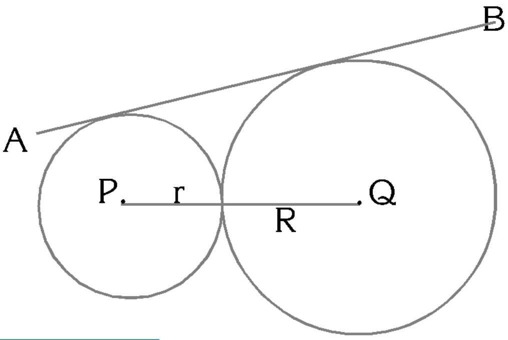


AB = 10 cm, BC = 12 cm, AC = 16 cm,

AP, BQ, CR കാണുക

21. R, r എന്നിവ ആരങ്ങളായ രണ്ട് വൃത്തങ്ങൾ ഒരു ബിന്ദുവിൽ തൊടുന്നു. വൃത്തങ്ങളുടെ ഒരു പൊതു തൊടുവര വൃത്തങ്ങളെ Aയിലും Bയിലും തൊടുന്നു.

AB = 2Rr ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക



9. ബഹുപദങ്ങൾ

തികച്ചും ബീജഗണിത ആശയങ്ങൾ മാത്രം ചർച്ചചെ.യ്യുന്ന പാഠഭാഗമാണ് ബഹുപദങ്ങൾ. ഉയർന്ന കൃതികളിൽ വരുന്ന ബീജഗണിതസമവാക്യങ്ങളുടെ പരിഹാരം സാധ്യമാക്കുന്നതിനുവേണ്ടിയാണ് ബഹുപദപഠനം ശ്രദ്ധകേന്ദ്രീകരിക്കുന്നത്. ബഹുപദങ്ങളുടെ സങ്കലന, വ്യവകലന, ഗുണന, ഹരണ ക്രിയകൾ ഒൻപതാം ക്ലാസ്സിൽ ചെയ്തുകഴിഞ്ഞു. ഹരിച്ചു നോക്കാതെ ശിഷ്ടം കാണുന്നതിനും ഘടകങ്ങൾ കാണുന്നതിനും എന്തൊക്കെ മാർഗ്ഗമുണ്ട് എന്നതാണിവിടെ ചർച്ചചെയ്യുന്നത്.

P(x) എന്ന ബഹുപദത്തെ x-a കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം P(a)ആയിരിക്കുമെന്നും P(a) = 0 ആയാൽ x-a ഘടകമായിരിക്കുമെന്നും ഇവിടെ സമർത്ഥിക്കുന്നു. ഒടുവിൽ രണ്ടാം കൃതി ബഹുപദം രണ്ട് ഒന്നാം കൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുന്ന രീതിയും ഇവിടെ ചർച്ചചെയ്യുന്നു.

ആശയം

P(x)എന്ന ബഹുപദത്തെ x-a കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം P(a)ആയിരിക്കും

1. $P(x)= x^3 + 2x^2 + x -5$ എന്ന ബഹുപദത്തെ

   a) (x-1) കൊണ്ട് ഹരിച്ചാലുള്ള ശിഷ്ടം എത്ര ?

   b) (x +1) കൊണ്ട് ഹരിച്ചാലുള്ള ശിഷ്ടം എത്ര ?

   c) (x-2) കൊണ്ട് ഹരിച്ചാലുള്ള ശിഷ്ടം എത്ര ?

   d) (x+2) കൊണ്ട് ഹരിച്ചാലുള്ള ശിഷ്ടം എത്ര ?

വിശകലനം

a) P(x) നെ (x-1) കൊണ്ട് ഹരിക്കുന്നതിനു പകരം P(1) ന്റെ വില കണ്ടാൽ മതിയല്ലോ?

ശിഷ്ടം എത്ര ?

2. $P(x) =3x^3 + 2x^2 - 3x +4$ എന്ന ബഹുപദത്തെ

   a) 2x + 3 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാലുള്ള ശിഷ്ടം എത്ര ?

   b) 2x - 3 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാലുള്ള ശിഷ്ടം എത്ര ?

   c) 3x - 2 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാലുള്ള ശിഷ്ടം എത്ര ?

   d) 3x + 2 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാലുള്ള ശിഷ്ടം എത്ര ?

വിശകലനം

P(x) നെ 2x + 3 കൊണ്ട് ഹരിക്കുന്നതിനു പകരം $P(^{-3}/_{2})$ ന്റെ വില കണ്ടാൽ മതിയല്ലോ ?

3. $4x^3 - 6x^2 + 8x + k$ എന്ന ബഹുപദത്തെ x-1 കൊണ്ടു ഹരിച്ചപ്പോൾ ശിഷ്ടം 5 കിട്ടി. k യുടെ വിലയെന്ത്

വിശകലനം

P(1) = 5 ആണല്ലോ ∴ $4 \times 1^3 - 6 \times 1^2 + 8 \times 1 + k = 5$ ഇതിൽ നിന്നും k യുടെ വിലകണ്ടെത്താം

4. $3x^3 + 4x^2 + kx - 5$ എന്ന ബഹുപദത്തെ (x -1) കൊണ്ട് ഹരിച്ചപ്പോൾ ശിഷ്ടം 8 ആണെങ്കിൽ K- യുടെ വില കണ്ടെത്തുക

ആശയം

P(x) എന്ന ബഹുപദത്തിൽ P(a) = 0 ആണെങ്കിൽ (x-a) എന്ന ബഹുപദം P(x) ന്റെ ഘടകമായിരിക്കും

5. $3x^3 - 4x^2 + 8x - 3$ ന്റെ ഘടകമാണോ (x -1) എന്ന് പരിശോധിക്കുക

വിശകലനം

P(x) എന്ന ബഹുപദത്തിൽ P(1) = 0 ആയാൽ (x-1) ഘടകമാണ്. പൂജ്യം അല്ലെങ്കിൽ (x-1) ഘടകമല്ല.

6. $5x^3 + 2x^2 + x - 8$ ന്റെ ഘടകമാണോ (x -1) എന്ന് പരിശോധിക്കുക

7. $4x^3 - 3x^2 + kx + 3$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണ് (x +1) എങ്കിൽ k യുടെ വിലയെന്ത്

8. $3x^3 + kx^2 + 2x - 3$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണ് (x -1) എങ്കിൽ k യുടെ വിലയെന്ത് ?

ആശയം

രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദത്തെ രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുന്നതിന്

9. $x^2 + x$ എന്ന ബഹുപദത്തെ ഒന്നാം കൃതിയിലുള്ള രണ്ട് ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക

വിശകലനം

$x^2 + x$ എന്നതിനെ x (x + 1) എന്ന് എഴുതാം. ഇവരണ്ടും ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളാണ്.

10. $x^2 + 6x + 8$ എന്ന ബഹുപദത്തെ ഒന്നാം കൃതിയിലുള്ള രണ്ട് ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക.

വിശകലനം

$x^2 + 6x + 8 = 0$ എന്ന രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യം പരിഹരിച്ച് x ന്റെ വില കണ്ടുപിടിക്കുക. ആ വിലകൾ ഉപയോഗിച്ച് ഘടകങ്ങൾ എഴുതാം

11. താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന ബഹുപദങ്ങളെ ഒന്നാം കൃതിയിലുള്ള രണ്ട് ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക.

a) $x^2 + 10x + 16$ b

b) $x^2 - 8x - 9$

12. താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന ബഹുപദങ്ങളെ ഒന്നാം കൃതിയിലുള്ള രണ്ട് ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുവാൻ കഴിയുമോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക. കഴിയുമെങ്കിൽ ഘടകങ്ങളാക്കുക

a) $x^2 + 4x + 4$

b) $2x^2 + 5x + 2$

13. $x^2 - 2x + 4$ എന്ന ബഹുപദത്തെ ഘടകങ്ങളാക്കാൻ കഴിയുമോ ? എന്തുകൊണ്ട് ?

14. $2x^3 - ax^2 + bx + 5$ എന്ന ബഹുപദത്തെ $(x - 1)$ കൊണ്ട് ഹരിച്ചപ്പോൾ ശിഷ്ടം 8 കിട്ടി $(x - 2)$ കൊണ്ട് ഹരിച്ചപ്പോൾ ശിഷ്ടം 17 കിട്ടി എങ്കിൽ A, B ഇവയുടെ വിലകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക

> $ax^3 + bx^2 + cx + d$ എന്ന ബഹുപദത്തിൽ
>
> $(x - 1)$ഘടകമാണെങ്കിൽ $a + b + c + d = 0$ ആയിരിക്കും
>
> $(x + 1)$ഘടകമാണെങ്കിൽ $a + c = b + d$ ആയിരിക്കും
>
> $(x^2 - 1)$ഘടകമാണെങ്കിൽ $a = -c$, $b = -d$ ആയിരിക്കും

15. ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ബഹുപദങ്ങളിൽ $(x - 1)$ഘടകമാണെങ്കിൽ k യുടെ വിലകാണുക

a) $5x^2 + kx + 2$

b) $kx^2 + 2x - 3$

c) $4x^3 + 6x^2 + kx - 5$

d) $3x^3 + 2x^2 + 2x + k$

16. ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ബഹുപദങ്ങളിൽ $(x + 2)$ഘടകമാണെങ്കിൽ P യുടെ വിലകാണുക

a) $4x^2 + 6x + P$

b) $3x^2 + px + 2$

c) $3x^3 + 2x^2 + 4x + p$

d) $2x^3 + px^2 + 5x + 3$

17. $P(x) = 5x^3 + ax^2 + bx + 8$എന്ന ബഹുപദത്തെ $(x - 1)$കൊണ്ട് ഹരിച്ചപ്പോൾ ശിഷ്ടം 1 കിട്ടിയെങ്കിൽ a, b ഇവയുടെ വിലകൾ എന്ത് ? $(x + 1)$ ഘടകമാണെങ്കിൽ a, b ഇവയുടെ വിലകൾ എന്ത് ?

18. $ax^3 + bx^2 + cx + d$ എന്ന ബഹുപദത്തിൽ $(x - 1)$ ഘടകമാണെങ്കിൽ a, b, c, d ഇവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം എന്ത് ? ഈ ബന്ധം ശരിയാവുന്ന 3 ബഹുപദങ്ങൾ എഴുതുക

19. $ax^3 + bx^2 + cx + d$ എന്ന ബഹുപദത്തിൽ $(x + 1)$ ഘടകമാണെങ്കിൽ a, b, c, d ഇവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം എന്ത് ? ഈ ബന്ധം ശരിയാവുന്ന 3 ബഹുപദങ്ങൾ എഴുതുക

20. $ax^3 + bx^2 + cx + d$ എന്ന ബഹുപദത്തിൽ $(x - 1)$, $(x + 1)$ എന്നീ ബഹുപദങ്ങൾ ഘടകമാണെങ്കിൽ a, b, c, d ഇവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം എന്ത് ? ഈ ബന്ധം ശരിയാവുന്ന 3 ബഹുപദങ്ങൾ എഴുതുക

21. $4x^3 + 2x^2 - 3x$ എന്ന ബഹുപദത്തോട് ഏതെല്ലാം ഒന്നാം കൃതി ബഹുപദം കൂട്ടിയാൽ $(x - 1)$ ഘടകമാകും?

22. $5x^3 + 2x^2$ എന്ന ബഹുപദത്തോട് ഏത് ഒന്നാം കൃതി ബഹുപദം കൂട്ടിയാൽ $(x^2 - 1)$ ഘടകമാകും

23. $ax^3 + bx^2 + 4x - 5$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണ് $(x^2 - 1)$ എങ്കിൽ a, b, ഇവ എന്തായിരിക്കും?

10. ജ്യാമിതിയും ബീജഗണിതവും

സംഖ്യാപ്രത്യേകതകളെ ബീജഗണിതരീതിയിൽ വ്യാഖ്യാനിക്കുന്നതുപോലെ ജ്യാമിതീയ ആശയങ്ങളെ ബീജഗണിതരീതിയിൽ വിശദീകരിക്കുവാനുള്ള തുടക്കമാണ് ഈ അദ്ധ്യായത്തിൽ ചെയ്യുന്നത്. സൂചകസംഖ്യകളുടെ സഹായത്തോടെയാണ് ഈ ശ്രമത്തിന് അരങ്ങൊരുക്കുന്നത്. ഒരു തലത്തിലെ രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം എന്ന ആശയത്തെ ബീജഗണിതരീതിയിൽ എഴുതുവാനാണ് ഈ പാഠഭാഗത്തിലെ ആദ്യ ശ്രമം തുടർന്ന് വരയുടെ ചരിവ് എന്ന ആശയത്തിന് സംഖ്യയാക്കുവാനും ശേഷം അതിനെ ബിജഗണിതരൂപത്തിൽ വിശദീകരിക്കുവാനും ശ്രമിക്കുന്നു. വരയുടെ ചരിവിന്റേയും വരയിലെ ഒരു ബിന്ദുവിന്റേയും സഹായത്തോടെ വരയെ ബീജഗണിതരീതിയിൽ എഴുതുവാനും അതുവഴി രണ്ട് വരകളുടെ സമാന്തരസ്വഭാവം, സംഗമബിന്ദു, എന്നിവ കണക്കാക്കുവാനും, ഈ പാഠഭാഗത്തിലെ ചർച്ച നമ്മെ സഹായിക്കുന്നു.

ആശയം

* x അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ ഒരു വരയിലെ രണ്ടുബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം അവയുടെ x സൂചകസംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസത്തിന് തുല്യമാണ്.

* y അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ ഒരു വരയിലെ രണ്ടുബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം അവയുടെ y സൂചകസംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസത്തിന് തുല്യമാണ്.

പ്രവർത്തനം 1

A(-3,2) ; B(5,2) ; C(5,8) ; D(-3,8); എന്നിവ ചതുർഭുജം ABCD യുടെ ശീർഷങ്ങളാണ് AB, BC, CD,AD,AC എന്നിവകണക്കാക്കുക

വിശകലനം

A(-3,2) ; B(5,2) എന്നിവ x അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വരയിലെ രണ്ട് ബിന്ദുക്കളാണ്

$\therefore AB = 5 - {}^{-}3 = 8$

B(5,2) ; C(5,8) എന്നിവ y അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വരയിലെ രണ്ട് ബിന്ദുക്കളാണ്

$\therefore BC = 8 - 2 = 6$

ഇതുപോലെ CD,AD എന്നിവ കണ്ടെത്തുക

ആശയം

ആധാരബിന്ദുവിൽ നിന്നും (x_1, y_1) എന്ന ബിന്ദുവിലേക്കുള്ള ദൂരം $\sqrt{x_1^2 + y_1^2}$

പ്രവർത്തനം 2

ആധാരബിന്ദു കേന്ദ്രമായി വരച്ച വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവാണ് (-3,4)

a) വൃത്തത്തിന്റെ ആരം എത്ര ?

b) ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളെ വൃത്തത്തിലുള്ളവ, വൃത്തത്തിനുള്ളിലുള്ളവ, വൃത്തത്തിന്റെ ബഹിർഭാഗത്തുള്ളവ എന്നിങ്ങനെ തരം തിരിക്കുക

A(3,-4); B(-3,-6); C(-5,0);

D(-6,2); E(-2,-4); F(4,-3);

G(-4, -5); H(0,-5); I(-4,-3);

വിശകലനം

വൃത്തകേന്ദ്രം ആധാരബിന്ദുവായതിനാൽ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം

$\sqrt{-3^2+4^2}$ = 5 ആയിരിക്കും

ആധാരബിന്ദുവിൽ നിന്നും ഓരോ ബിന്ദുവിലേക്കുള്ള ദൂരം കണക്കാക്കി വൃത്തത്തിലാണോ ? വൃത്തത്തിനകത്താണോ, വൃത്തത്തിനുപുറത്താണോ എന്നു തീരുമാനിക്കാം

ആശയം

ഒരുതലത്തിലെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള ദൂരം കാണുന്നതിന്

പ്രവർത്തനം 3

A(-3,3); B(5,3); C(1,6) എന്നിവ ഒരു സമപാർശ്വത്രികോണത്തിന്റ ശീർഷങ്ങളാണെന്ന് സമർത്ഥിക്കുക.

വിശകലനം

AB, BC, AC എന്നിവ കണ്ടെത്തി AC = BC എന്നു തെളിയിക്കാം.

ആശയം

വരയുടെ ചരിവ് കണക്കാക്കുന്നതിന്

പ്രവർത്തനം 4

A(-2,-5); B(2,1) എന്നി ബിന്ദുക്കൾ ഒരു വരയിലാണ്.

a) വരയുടെ ചരിവ് കണക്കാക്കുക

b) (6,7) എന്ന ബിന്ദു ഈ വരയിലാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക

വിശകലനം

AB യുടെ ചരിവ് = $\dfrac{\text{y സൂചകസംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസം}}{\text{x സൂചകസംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസം}}$ എന്ന രീതിയിൽ ചരിവ് കണക്കാക്കാം.

(6,7) എന്ന ബിന്ദുവും (2,1) അല്ലെങ്കിൽ (-2,-5) എന്ന ബിന്ദുവും ഉപയോഗിച്ച് ചരിവ് കണക്കാക്കുക. ഇത് AB യുടെ ചരിവ് തന്നെ കിട്ടുന്നുവെങ്കിൽ (6,7) വരയിലെ ബിന്ദുവാണ്

ആശയം

ചരിവും ഒരു ബിന്ദുവും ഉപയോഗിച്ച് വരയുടെ സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുന്നതിന്

പ്രവർത്തനം 5

ഒരു വരയുടെ ചരിവ് $^2/_3$ ഉം വരയിലെ ഒരു ബിന്ദു (-2,1) ഉം ആണ്. വരയുടെ സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുക. വരയിലെ മറ്റ് രണ്ടു ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക.

വിശകലനം

വരയിലെ ഒരു ബിന്ദു (-2,1), മറ്റൊരു ബിന്ദു (x, y) ഉം എടുത്ത് ചരിവ് കണക്കാക്കുക

ചരിവ് $= \dfrac{y-1}{x+2}$ ഈ ചരിവ് 2/3 ന് തുല്യമാണ്. $\dfrac{y-1}{x+2} = {}^2/_3$ അതായത്

3y -2x = 7 എന്നതാണ് വരയുടെ സമവാക്യം

x = 3 ആയാൽ y = 9 , (3, 9) ഈ വരയിലെ ബിന്ദുവാണ്.

x = 6 ആയാൽ y = 11 , (6, 11) ഈ വരയിലെ ബിന്ദുവാണ്.

ആശയം

വരയിലെ 2 ബിന്ദുക്കൾ തന്നാൽ വരയുടെ സമാവാക്യം രൂപീകരിക്കുന്നതിന്

പ്രവർത്തനം 6

A(-3,6); B(3,2) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിച്ച് വരയ്ക്കുന്ന വരയുടെ സമവാക്യം എഴുതുക. ഈ വര y അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക

വിശകലനം

AB യുടെ ചരിവ് $= \dfrac{2-6}{3- {}^-3} = {}^{-2}/_3$ എന്ന് കിട്ടുന്നു

വരയിലെ മറ്റൊരു ബിന്ദു (x,y) എന്നെടുത്ത് വരയുടെ സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുന്നു.

$$\frac{y-2}{x-3} = {}^{-2}/_3 \; ; \; 3y + 2x = 12$$

y അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുമ്പോൾ x = 0 ആകും അപ്പോൾ y = 4 ആകും

y അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദു (0,4)

ആശയം

ചരിവുകൾ തുല്യമായ വരകൾ സമാന്തരമാണെന്ന് കാണുന്നതിന്

പ്രവർത്തനം 7

A(-2,-4), B(0,-1); C(-4,-4), D(2,5) AB,CD എന്നീ വരകൾ സമാന്തരങ്ങളാണെന്ന് സമർത്ഥിക്കുക.

വിശകലനം

AB യുടെ ചരിവ് = $\frac{-1-{}^{-}4}{0-{}^{-}2}$ = $^{3}/_{2}$

CD യുടെ ചരിവ് = $\frac{5-{}^{-}4}{2-{}^{-}4}$ = $^{3}/_{2}$

ചരിവുകൾ തുല്യമാണ്, വരകൾ സമാന്തരമാണ്

ആശയം

രണ്ടുവരകൾ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ കാണുന്നതിന്.

പ്രവർത്തനം 8

A(-2,-2), B(0,1); C(-2,0), D(1,3)

AB,CD എന്നീ വരകൾ നീട്ടിവരച്ചാൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ കാണുക

വിശകലനം

AB എന്ന വരയുടെ സമവാക്യം കാണുക. $2y=3x+2$

CD എന്ന വരയുടെ സമവാക്യം കാണുക. $y=x+2$

ഈ സമവാക്യ ജോഡികൾ പരിഹരിച്ച് വരകൾ കൂട്ടി മുട്ടുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ (2,4) കണ്ടുപിടിക്കുക.

ആശയം

പരസ്പരം ലംബമായ രണ്ട് വരകളുടെ ചരിവുകളുടെ പ്രത്യേകത കാണുന്നതിന്.

പ്രവർത്തനം 9

a) $3x + y - 2 = 0$, $x - 3y - 14 = 0$ എന്നീവരകൾ കൂട്ടി മുട്ടുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണക്കാക്കുക.

b) ഈ വരകൾ ഓരോന്നിലെയും ഓരോ ബിന്ദു കണ്ടുപിടിക്കുക

c) ഈ വരകൾ പരസ്പരം ലംബമാണെന്ന് സമർത്ഥിക്കുക

d) ഈ വരകളുടെ ചരിവുകളുടെ ഗുണനഫലം എത്ര ?

വിശകലനം

$2x + 3y = 3$; $3x + 2y = 3 - 3$ എന്നീ സമവാക്യ ജോടികൾ പരിഹരിച്ച് വരകളുടെ സംഗമബിന്ദു A(2, -4) കാണുന്നു.

ആദ്യവരയിലെ ഒരു ബിന്ദു B (0,2) ഉം രണ്ടാമത്തെ വരയിലെ ഒരു ബിന്ദു C (14,0) ഉം കാണുന്നു. Δ ABD ഒരു മട്ട ത്രികോണമാണെന്ന്. BC കർണമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക

ആശയം

സമാന്തരമായ വരകളുടെ ചരിവുകൾ തുല്യമാണെന്ന് കാണുന്നതിന്.

പ്രവർത്തനം 10

(2,6) എന്ന ബിന്ദുവിൽ കൂടി വരയ്ക്കുന്നതും, (3x - 2 y +2 =0 എന്ന വരയ്ക്ക് സമാന്തരമായ വരയുടെ സമവാക്യം എഴുതുക

വിശകലനം

3x - 2 y +2 =0 എന്ന വരയിലെ രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ കണ്ടെത്തി അതിന്റെ ചരിവ് $^3/_2$ ആണെന്ന് കാണുന്നു.

ചരിവ് $^3/_2$ ആയതും (2,6) ൽ കൂടി വരയ്ക്കുന്നതുമായ വരയുടെ സമവാക്യം 3x - 2y +6 =0 എന്ന് കരുതുന്നു.

x അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വരയിലെ ബിന്ദുക്കളാണ് $A(x_1 -y_1)$; $B(x_2 ,y_1)$; എങ്കിൽ

$$AB = | x_2 -x_1 |$$

y അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വരയിലെ ബിന്ദുക്കളാണ് $P(x_1 ,y_1)$; $Q(x_1 ,y_2)$; എങ്കിൽ

$$PQ = | y_2 -y_1|$$

$M(x_1 , y_1)$; $N(x_2 ,y_2)$; എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം $MN = \sqrt{(x_2-x_1)^2 +(y_2-y_1)^2}$

ആധാരബിന്ദുവിൽ നിന്നും (x_1 ,y_1) എന്ന ബിന്ദുവിലേക്കുള്ള ദൂരം = $\sqrt{x_1^2 +y_1^2}$

(x_1 ,y_1), (x_2 ,y_2) എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ കൂടി വരയ്ക്കുന്ന വരയുടെ ചരിവ് $= \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

x അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വരയുടെ സമാന്തരമായ വരയുടെ ചരിവ് പൂജ്യം ആയിരിക്കും

y അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വരയുടെ സമാന്തരമായ വരയുടെ ചരിവ് കണക്കാക്കുവാൻ കഴിയില്ല

സമാന്തര വരകളുടെ ചരിവ് തുല്യമായിരിക്കും

ax+by +c = 0 എന്ന വര x അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യ $(^{-c}/_a, 0)$

y അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യ $(0, ^{-c}/_b)$ എന്നിവയായിരിക്കും ഈ വരയുടെ ചരിവ് $^{-a}/_b$ ആയിരിക്കും.

ചില ചോദ്യങ്ങൾ കൂടി

1. ആധാരബിന്ദു കേന്ദ്രമായി വരച്ച ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ ആരം 10 യൂണിറ്റ് ആണ്.

a) A(-6,-8); B(8,-6) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുക്കളാണെന്ന് സമർത്ഥിക്കുക

b) AB എന്ന ഞാണിന്റെ നീളം കണക്കാക്കുക

2. A(-3,2), B(4,3), C(3,10), D(-4,9) എന്നിവ ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ ശീർഷങ്ങളാണെന്ന് സമർത്ഥിക്കുക.

3. P(-4,1), Q(2,2), R(3,8), S(-3,7) എന്നിവ നാല് ബിന്ദുക്കളാണ്. PQRS ഒരു സമചതുരമാണെന്ന് അനു തർക്കിക്കുന്നു. സമചതുരമല്ലെന്നാണ് മനുവിന്റെ വാദം. ആരു പറയുന്നതാണ് ശരി. സമർത്ഥിക്കുക

4. ABCD ഒരു സമാന്തരീകമാണ്. A (1,2), B(6,4), D(3,7) എന്നിവയായാൽ

a) C യുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ കാണുക

b) ഇത് ഒരു സമഭുജസാമാന്തരീകമാകുമോ ? ഉത്തരം സമർത്ഥിക്കുക.

5. (5,7) എന്ന ബിന്ദു കേന്ദ്രമായി 13 യൂണിറ്റ് ആരത്തിൽ വൃത്തം വരച്ചപ്പോൾ വൃത്തം y അക്ഷത്തെ A യിലും B യിലും ഖണ്ഡിച്ചു

a) A യുടേയും B യുടേയും സൂചക സംഖ്യകൾ കാണുക

b) ഞാൺ AB യുടെ നീളം കാണുക ോ

c) വൃത്തം x അക്ഷത്തെ C യിലും D യിലും ഖണ്ഡിച്ചാൽ CD എന്ന ഞാണിന്റെ നീളം എത്രയായിരിക്കും.

d) ആധാരബിന്ദു O യാൽ OA x OB = OC x OD ആണെന്ന് സമർത്ഥിക്കുക

6.Δ ABC യിൽ AB= AC = 15 യൂണിറ്റ്. B, C എന്നിവ x അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദുക്കളാണ്. A(6,9) ആയാൽ,

a) B, C എന്നിവയുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കാണുക

b) Δ ABC യുടെ ചുറ്റളവ് എത്രയായിരിക്കും

c) Δ ABC യുടെ പരപ്പളവ് എത്ര?

d) ∠ Aയുടെ സമഭാജി x അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ കാണുക

7.A(-1,-7), B(2,2), C(5,11), എന്നിവ ഒരു തലത്തിലെ 3 ബിന്ദുക്കളാണ്.

A, B, C എന്നിവ ഒരു സമപാർശ്വത്രികോണത്തിന്റെ 3 ശീർഷങ്ങളാണെന്ന് ഒരു കൂട്ടർ വാദിക്കുന്നു. അങ്ങിനെയല്ലെന്നാണ് മറ്റൊരുകൂട്ടരുടെ വാദം. ആരുടെ വാദമാണ് ശരി ? ഉത്തരം സമർത്ഥിക്കുക

8. Δ ABC യിൽ A(-3,-10), B(-5,-4), C(3,-8),എന്നിവയാണ്.

a) ത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്തകേന്ദ്രം കണ്ടുപിടിക്കുക

b) പരിവൃത്തത്തിന്റെ ആരം കാണുക

9. A(-1,-9), B(-8,-2), C(9,15), D(-9,0), എന്നിവ ചതുർഭുജം ABCD യുടെ നാല് ശീർഷങ്ങളാണ്

a) ചതുർഭുജം ABCD ഒരു ചക്രീയചതുർഭുജമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക

b) A, B,C ,D എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ കൂടി വരയ്ക്കുന്ന വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രം കണ്ടുപിടിക്കുക

c) (9,-9) എന്ന ബിന്ദു ഈ വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുവാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക.

10. A(-6,-1), B(18,17), C(6,-7) ; P(-9,8), Q(-3,-4),R(-3,20), Δ ABC , Δ PQR എന്നീ രണ്ട് ത്രികോണങ്ങളുടേയും പരിവൃത്തം ഒന്നു തന്നെയാണെന്ന് സമർത്ഥിക്കുക

11. A(-1,-1), B(1,5), C(-2,-4) ;എന്നിവ ഒരു തലത്തിലെ 3 ബിന്ദുക്കളാണ്.

യിൽ എന്നിവ ചതുർഭുജം ABCD യുടെ നാല് ശീർങ്ങളാണ്

a) AB എന്ന വരയുടെ ചരിവ് കാണുക.

b) AB എന്ന വരയുടെ ബിന്ദുവാണോ C എന്ന് പരിശോധിക്കുക

12. ചരിവ് -1/2 ആയതും (1,1) എന്ന ബിന്ദുവിൽ കൂടി കടന്നുപോകുന്നതുമായ വരയുടെ സമവാക്യം എഴുതുക. ഈ വര x അക്ഷത്തേയും, y അക്ഷത്തേയും ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ കാണുക.

13. ഒരു വര x അക്ഷത്തെ (a,0) യിലും y അക്ഷത്തെ (0,b) യിലും ഖണ്ഡിക്കുന്നു ഈ വരയിലെ ഒരു ബിന്ദു (x,y) ആണെങ്കിൽ $x/_a + y/_b = 1$ എന്ന് തെളിയിക്കുക

14. 4x+3y =24 എന്ന വര x അക്ഷത്തെ A യിലും y അക്ഷത്തെ B യിലും ഖണ്ഡിക്കുന്നു. ആധാരബിന്ദു O ആയാൽ Δ AOB യുടെ ചുറ്റളവ് കാണുക.

15. A(3,2), B(0,4), എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ കൂടി വരക്കുന്ന വരയും 2x + 3y=6 എന്ന വരയും പരസ്പരം സമാന്തരങ്ങളാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

16. x അക്ഷവും, y അക്ഷവും, വരച്ച്, ചരിവ് $3/_2$ ആയതും (1,2) എന്ന ബിന്ദുവിൽ കൂടി കടന്നു പോകുന്നതുമായ ഒരു വര വരയ്ക്കുക

17. y - 2x -6 = 0

2y +x -2 =0 എന്നിവ ഒരു തലത്തിലെ രണ്ട് വരകളാണ്.

a) A(2,0), B(1,8) എന്നിവ ഏതൊക്കെ വരകളിൽ ബിന്ദുക്കളാണെന്ന് കണ്ടെത്തുക

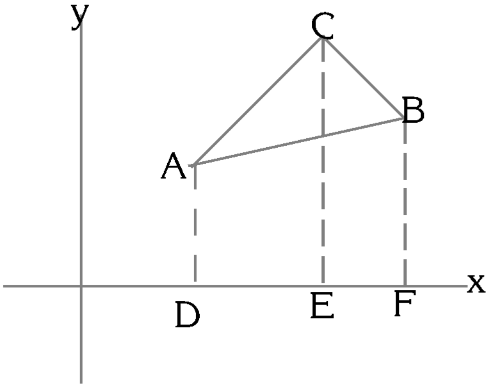
b) രണ്ട് വരകളുടേയും സംഗമബിന്ദു c കാണുക.

c) ഈ വരകൾ പരസ്പരം ലംബങ്ങളാണെന്ന് സമർത്ഥിക്കുക

18. A(1,3), B(6,5), C(4,8) എന്നിവ Δ ABC യുടെ മൂന്ന് ശീർഷങ്ങളാണ്. ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കാണുക.

സൂചന

Δ ABC = ☐ ADEC + ☐ ECBF - ☐ ABFD



19. A(-2,8), B(12,6), എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ നിന്നും തുല്യ അകലത്തിൽ x അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദു ഏത് ?

20. (5,6), (5,6) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജ്യപ്പിച്ച വര വ്യാസമായി വരയ്ക്കുന്ന അർദ്ധവൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുവാണ് (0,11) എന്നു തെളിയിക്കുക.

11. സ്ഥിതിവിവരകണക്ക്

വിവിധതരം ശരാശരികൾ നാം നേരത്തെ പരിചയപ്പെട്ടു. ആ വ്യത്തിപട്ടികയിൽ നിന്നും ഇത്തരം ശരാശരികൾ കണ്ടു പിടിക്കാനുള്ള ഒരു ശ്രമം ആണ് ഇവിടെ നടത്തുന്നുള്ളൂ. അളവുകൾ പട്ടികയായി തന്നാൽ മാധ്യവും, മാധ്യമവും കാണുന്ന പ്രവർത്തനങ്ങളാണ് ഇവിടെ ഉൾപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്നത്

പ്രവർത്തനം

100 കുട്ടികൾക്ക് അർദ്ധവാർഷിക പരീക്ഷയ്ക്ക് ഗണിതത്തിന് കിട്ടിയ മാർക്കുകൾ പട്ടികയായി ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു.

മാർക്കുകൾ	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം
0 -10	5
10 -20	10
20 -30	12
30 -40	15
40 -50	20
50 -60	18
60 -70	15
70 -80	5

വിശകലനം

വിഭാഗമാധ്യം	ആവൃത്തി	വിഭാഗം മാധ്യമം ആവൃത്തി
5	5	25
10	10	100
15	12	180
20	15	300
25	20	500
30	18	54
35	15	325
40	5	200
ആകെ	**100**	**1684**

മാധ്യം = $^{1684}/_{100}$ = 16.84

പ്രവർത്തനം

ഒരു ക്ലാസിലെ 50 കുട്ടികളുടെ ഭാരം പട്ടികയായി ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്നു.

ഭാരം കി.ഗ്രാം	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം
25 -30	5
30 -35	8
35 -40	10
40 -45	15
45 -50	8
50 -55	4

x	30	35	40	45	50	55
y	5	13	23	38	46	50

മധ്യമമെന്നത് $y = {}^{50}/_{2}$ =25 ആകാൻ എടുക്കേണ്ട x ആണ്.

y = 23 നും, y = 28 നും ഇടയിലാണ് y = 25 ന്റെ സ്ഥാനം

y = 23 ന് x = 40

y = 38 ന് x = 45 ആണ്

$$\frac{x - 40}{45 - 40} \qquad \frac{25-23}{38/23}$$

$$\frac{x - 40}{5} \qquad \frac{2}{15}$$

15 x -600 = 10

x = 610 = 40.6

1. ക്ലാസിലെ 50 കുട്ടികളുടെ ഉയരം പട്ടികയിൽ ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു.

ഉയരം സെ.മി.	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം
110 -115	3
115- 120	5
120-125	9
125 -130	11
130 - 135	10
135 - 140	7
140 - 145	5

ഉയരത്തിന്റെ മാധ്യ കാണുക

2. 50 ഓറഞ്ചുകൾ ഒരു കുട്ടയിൽ ഉണ്ട്. അവയുടെ ഭാരം പട്ടികയായി ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു.

ഭാരം ഗ്രാമിൽ	ഓറഞ്ചിന്റെ എണ്ണം
150 -170	16
170-190	12
190-210	10
210 -230	12

ഭാരത്തിന്റെ മാധ്യം കാണുക.

3.ഒരു കൃഷിക്കാരൻ ഒരു മാസം ലഭിച്ച റബ്ബർ ഷീറ്റുകളുടെ തൂക്കം പട്ടികയിൽ തന്നിരിക്കുന്നു. ഒരു കിലോഗ്രാം റബ്ബറിന് 100 രൂപയാണ് വില എങ്കിൽ ആ കുടിക്കാരന്റെ ഒരു ദിവസത്തെ ശരാശരി വരുമാനം കാണുക.

റബ്ബർ ഷീറ്റിന്റെ തൂക്കം (കി. ഗ്രാം)	ദിവസങ്ങളുടെ എണ്ണം
8 - 10	5
10 - 12	8
12 - 14	10
14 - 16	5
16 - 18	2

4. ഒരു ഗ്രാമത്തിലെ 40 വീടുകളിൽ 1 മാസം ഉപയോഗിച്ച വൈദ്യുതിയുടെ അളവ് പട്ടികയായി ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്നു.

വൈദ്യുതിയുടെ അളവ്	വീടുകളുടെ എണ്ണം
90-100	10
100 -110	12
110 -120	11
120 - 130	5
130 - 140	2

ഈ ഗ്രാമത്തിലെ 1 മാസം ഉപയോഗിക്കുന്ന വൈദ്യുതിയുടെ മാധ്യം കാണുക

5. ഒരു ഫ്ളാറ്റിലെ താമസക്കാരുടെ വയസ്സ് പട്ടിയായി ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു

വയസ്സ്	ആളുകളുടെ എണ്ണം
0 - 10	25
10 -20	50
20 - 30	60
30 - 40	65
40 - 50	30
50 - 60	20

വയസ്സുകളുടെ മാധ്യം കാണുക

6. സിമന്റ് വ്യാപാരി ഒരു മാസം വിറ്റ സിമന്റ് പാക്കറ്റുകളുടെ എണ്ണ പട്ടികയായി ചുവടെ കൊടുത്തിരക്കുന്നു.

സിമന്റ് പാക്കറ്റുകളുടെ എണ്ണം	ദിവസങ്ങളുടെ എണ്ണം
100 -110	5
110 - 120	6
120 - 130	10
130 - 140	6
140 - 150	3

ഒരു മാസം വിറ്റ സിമന്റ് പാക്കറ്റുകുടെ മധ്യമം കാണുക

7.ഒരു സ്ഥാപനത്തിലെ 40 ജോലിക്കാരുടെ ഒരു ദിവസത്തെ ശമ്പളം പട്ടികയായി ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു.

ശമ്പളം	ജോലിക്കാരുടെ എണ്ണം
500 -600	5
600 - 700	10
700 - 800	12
800 - 900	8
900 - 1000	5

8. ഒരു ക്ഷീരകർഷകൻ ഒരു മാസം ലഭിച്ച പാലിന്റെ അളവ് പട്ടികയായി ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു.

പാലിന്റെ അളവ് ലിറ്ററിൽ	ദിവസങ്ങളുടെ എണ്ണം
25 - 30	3
30 - 35	7
35 -40	8
40 -45	7
45 -50	5

ലഭിച്ച പാലിന്റെ മധ്യമം കാണുക

സാമ്പിൾ ചോദ്യപേപ്പർ

സമയം 2 $^1/_2$ മണിക്കൂർ ആകെ സ്കോർ 80

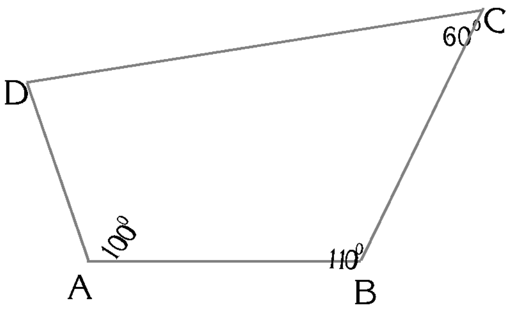
പൊതു നിർദ്ദേശങ്ങൾ:

* എല്ലാ ചോദ്യങ്ങൾ വായിച്ചു നോക്കിയതിന് ശേഷം മാത്രം ഉത്തരം എഴുതുക
* ആദ്യത്തെ 15 മിനുട്ടു സമാശ്വാസസമയമായി നൽകിയിട്ടുണ്ട്.
* ആവശ്യ മുള്ളിടത്ത് ഉത്തരത്തിൽ എത്തിച്ചേരുന്നതിനുള്ള വിശദീകരണം നൽകണം
* രണ്ട് ചോദ്യങ്ങൾക്കിടയിൽ **അല്ലെങ്കിൽ** എന്നുണ്ടെങ്കിൽ അതിൽ ഒന്നിന് മാത്രം ഉത്തരം എഴുതിയാൽ മതി.
* പ്രത്യേകം ആവശ്യപ്പെട്ടിട്ടില്ലെങ്കിൽ π, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ തുടങ്ങിയ അഭിന്നകങ്ങൾക്ക് ഏകദേശ വിലനൽകി ലഘുകരിക്കേണ്ടതില്ല

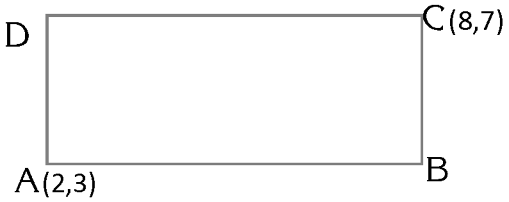
---

1. 10, 16, 22 ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ രണ്ട് പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 60 ആകുമോ? (2)

2. ചതുർഭുജം ABCD യിൽ $\angle A = 100^0$, $\angle B = 110^0$, $\angle C = 60^0$. AC വ്യാസമായി വരക്കുന്ന വൃത്തത്തെ അടിസ്ഥാനമാക്കി D എന്ന ശീർഷത്തിന്റെ സ്ഥാനം എവിടെ അയിരിക്കും (2)



3. വശങ്ങൾ അക്ഷങ്ങൾക്ക് സമാന്തരമായ ചതുരമാണ് ABCD. ഇവയുടെ സൂചക സംഖ്യകങ്ങൾ (2,3);(8,7) എന്നിവയാണ്. B, D എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക (2)



4. ഒരു ചതുരത്തിന്റെ നീളം വീതിയേക്കാൾ 8 സെ.മി. കൂടുതലാണ്, അതിന്റെ പരപ്പളവ് 240 ച. സെ.മി. ആയാൽ ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് കണക്കാക്കുക. (3)

5. $\triangle$ABC യിൽ $\angle A = 53^0$, $\angle B = 40^0$, BC = 12 cm (3)

   1. ത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്ത വ്യാസം എത്ര ?

2. AC എന്ന വശത്തിന്റെ നീളം എത്ര ? ($\sin 53^0 = 0.8$; $\sin 40^0 = 0.766$)

6. സമചതുര സ്തൂപികാകൃതിയിലുള്ള ഒരു കൂടാരത്തിന്റെ പാദചുറ്റളവ് 80 മീറ്ററും പാർശ്വ വക്കിന്റെ നീളം 26 മീറ്ററുമാണ്. (3)

a. കൂടാരത്തിന്റെ ചരിവുയരം എത്ര ?

b. കൂടാരത്തിന്റെ പാർശ്വഭാഗം പൊതിയുന്നതിന് എത്രചതുരശ്ര മീറ്റർ ടാർപോളിൻ വേണ്ടിവരും?

7. 1 മുതൽ 6 വരെ അടയാളപ്പെടുത്തിയ രണ്ട് സമചതുരകട്ടകൾ ഒരുമിച്ചെറിയുന്നു. തറയിൽ വീഴുന്ന സംഖ്യകൾ (3)

a. രണ്ടും ഒറ്റസംഖ്യകൾ ആകുവാനുള്ള സാധ്യത എത്ര ?

b. ഒന്ന് അഭാജ്യസംഖ്യയും രണ്ടാമത്തേത് പൂർണവർഗവും ആകുവാനുള്ള സാധ്യത എത്ര ?

8. $P(x) = 2x^3 + kx^2 - 6x + 6$ നെ $(x+2)$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം 2 കിട്ടി (3)

1. k യുടെ വില എത്ര ?

2. $P(x)$ ന്റെ ഘടകമാണോ $(x-2)$ എന്നു പരിശോധിക്കുക.

9. (4,5) എന്ന ബിന്ദു കേന്ദ്രമായി 13 യൂണിറ്റ് ആരത്തിൽ വൃത്തം വരച്ചപ്പോൾ വൃത്തം x അക്ഷത്തെ A യിലും B യിലും ഖണ്ഡിച്ചു. (3)

a. A,B ഇവയുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക.

b. AB യുടെ നീളം എത്ര ?

10. ഒരു പ്രദേശത്തെ 50 വീടുകളിലെ ദിവസവരുമാനത്തിന്റെ പട്ടിക ചുവടെ കൊടുക്കുന്നു. (3)

ദിവസവരുമാനം	വീടുകളുടെ എണ്ണം
300 - 350	6
350 - 400	12
400 - 450	20
450 - 500	7
500 - 550	5

വീടുകളിലെ ദിവസവരുമാനത്തിന്റെ മാധ്യം കാണുക

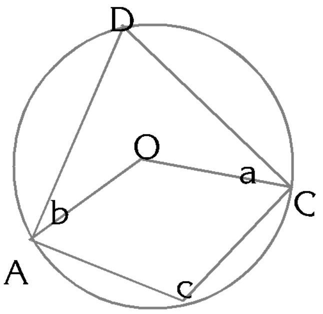
11. $^{10}/_7, ^{13}/_7, ^{16}/_7,$ . . . എന്ന സമാന്തര ശ്രേണിയിലെ (3)

a. പൂർണ്ണ സംഖ്യാപദങ്ങളുടെ ശ്രേണി എഴുതുക

b .ഇതൊരു സമാന്തര ശ്രേണിയാണോ ? എന്തുകൊണ്ട് ?

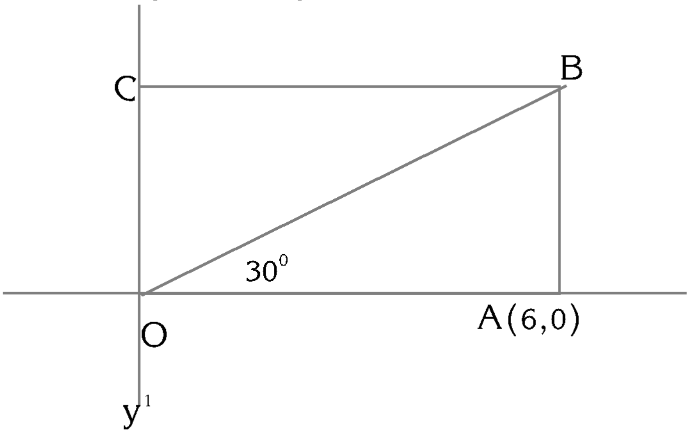
12 $\triangle ABC$ യിൽ $\angle A = 55^0$, $\angle B = 75^0$, ത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്ത ആരം 5 സെ.മി ത്രികോണം നിർമ്മിച്ച് വശങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ അളന്നെഴുതുക. (3)

അല്ലെങ്കിൽ



ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രവും ABCD ഒരു ചക്രീയചതുർഭുജനുമാണ് < OAD = b ,< OCD = a , a+b+c = 180^0 എന്നു തെളിയിക്കുക.

13. (3)



ചിത്രത്തിൽ OABC ഒരു ചതുരമാണ് A (6,0) < AOB = 30^0 ആയാൽ

a) C,B എന്നിവയുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക

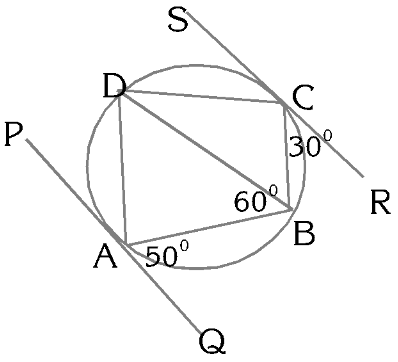
b) ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക.

14. $2x^3 - 11x^2 + 13x - 8$ ന്റെ കൂടെ ഏത് ഒന്നാം കൃതി ബഹുപദം കൂട്ടിയാൽ (x-2), (x-3) ഘടകങ്ങളായ ബഹുപദം കിട്ടും (4)

അല്ലെങ്കിൽ

$4x^2 - 12x + 7$ നെ രണ്ട് ഒന്നാം കൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക.

15. (4)



ചിത്രത്തിൽ ABCD ഒരു ചക്രിയ ചതുർഭുജമാണ് . PQ,RS എന്നിവ A,C എന്നീ ബിന്ദുക്കളിലെ തൊടുവരകളാണ് . $\angle BAQ = 50^0$, $\angle ABD = 60^0$, $\angle BCR = 30^0$

ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന കോണുകൾ കണക്കാക്കുക

$\angle ADB$, $\angle CBD$, $\angle BCD$, $\angle DCS$

16. ഒരു സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 10 പദങ്ങളുടെ 230, ആദ്യത്തെ 15 പദങ്ങളുടെ തുക 480 (4)

a). ശ്രേണിയുടെ 8 -ാം പദം എത്ര ?

b). ശ്രേണിയുടെ 3 -ാം പദം എത്ര ?

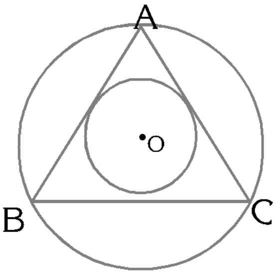
c). ശ്രേണി എഴുതുക.

17. ചിത്രത്തിൽ O കേന്ദ്രമായി രണ്ട് ഏക കേന്ദ്ര വൃത്തങ്ങൾ വരച്ചിരിക്കുന്നു. (4)

A, B, C ഇവ വലിയ വൃത്തത്തിലെ മൂന്ന് ബിന്ദുക്കളാണ്

AB, AC എന്നിവ ചെറിയ വൃത്തത്തിന്റെ തൊടുവരകളാണ്.

$\triangle$ABC ഒരു സമപാർശ്വത്രികോണമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.



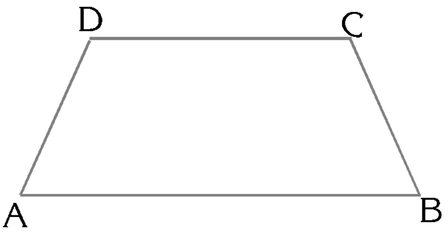
അല്ലെങ്കിൽ

5 സെ.മി വശം വരുന്ന ഒരു സമഭുജത്രികോണം നിർമ്മിച്ച് അതിന്റെ അന്തർവൃത്തവും പരിവൃത്തവും വരക്കുക. ആരങ്ങൾ അളന്നെഴുതുക.

18. ചിത്രത്തിൽ ചതുർഭുജം ABCD ഒരു ചക്രീയ ചതുർഭുജമാണ്. (4)

AB ക്ക് സമാന്തരമാണ് CD എങ്കിൽ

AD = BC എന്ന് തെളിയിക്കുക.



19 40 സെ.മീ. നീളമുള്ള ഒരു കമ്പി ഒരു മട്ടത്രികോണമാക്കി മടക്കി. ഇതിന്റെ ലംബവശങ്ങളിൽ ഒന്നിന്റെ നീളം രണ്ടാമത്തേതിന്റെ രണ്ടു മടങ്ങിനേക്കാൾ 1 സെ മീ കുറവാണ്. (5)

a. ഒരു ലംബ വശത്തിന്റെ നീളം X ആയാൽ മറ്റു രണ്ട് വശങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ എഴുതുക

b. ഒരു രണ്ടാം കൃതി സമവാക്യം രൂപീകരിച്ച് X ന്റെ വില കാണുക

20. ഒരു ക്ലാസ്സിലെ കുട്ടികൾക്ക് കണക്ക് പരീക്ഷയിൽ കിട്ടിയ മാർക്ക് പട്ടികയായി ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. മാർക്കുകളുടെ മാധ്യം കാണുക (4)

മാർക്ക്	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം
0-10	2
10- 20	6
20 - 30	10
30 -40	12
40 -50	9
50- 60	6
60 -70	4
70 -80	1
ആകെ	50

21. നിരപ്പായ തറയിൽ കുത്തനെ നിൽക്കുന്ന ഒരു ടവറിന്റെ ചുവട്ടിൽ നിന്നും അകലെ നിൽക്കുന്ന ഒരു കുട്ടി ടവറിന്റെ അഗ്രം 50^0 മേൽക്കോണിൽ കാണുന്നു. ടവറിനടുത്തേക്ക് 25 മീറ്റർ നടന്നപ്പോൾ ടവറിന്റെ അഗ്രം 70^0 മേൽക്കോണിൽ കാണുന്നു. (5)

a. ഒരു ഏകദേശ ചിത്രം വരയ്ക്കുക.

b. ടവറിന്റെ ഉയരം കാണുക

22. ഒരർദ്ധഗോളത്തിന്റെ നിരപ്പായ മുഖത്ത് അതേ വ്യാസമുള്ള ഒരു വൃത്തസ്തൂപിക ഘടിപ്പിച്ച ആകൃതിയിൽ കട്ടിയായതും, ലോഹനിർമ്മിതവുമായ ഒരു ഘനരൂപമുണ്ട്. വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ഉയരം അർദ്ധ ഗോളത്തിന്റെ വ്യാസത്തിന് തുല്യമാണ്. ഇതിനെ ഉരുക്കി അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ വ്യാസത്തിന്റെ മൂന്നിലൊരുഭാഗം വ്യാസമുള്ള കട്ടിയായ ഗോളങ്ങളുണ്ടാക്കുന്നു. (5)

a) അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ ആരം r ആയാൽ ഘനരൂപത്തിന്റെ വ്യാപ്തം എന്തായിരിക്കും?

b) ലോഹഗോളങ്ങളുടെ എണ്ണമെത്ര?

23. $3y + 2x - 2 = 0$, $2y - 3x - 10 = 0$ എന്നിവ രണ്ടു വരകളാണ്. (5)

a) ഈ വരകളുടെ സംഗമ ബിന്ദു കാണുക

b) (2,8) (10,-6) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ഏത് വരയിലായിരിക്കും.

c) ഈ വരകൾ പരസ്പരം ലംബമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

Lesson wise Analysis

	Name of Lesson	Total Score
1	Arithmetic Sequence	9
2.	Circle	9
3	Second degree equation	8
4	Trignometry	8
5	Solids	8.
6	Coordinates	5
7	Mathematics of chance	3
8	Tangents	8
9	Polynomials	7
10	Geomatry and Algebra	8
11	Statistics	7
	Total	80